教师基本功丛书·数学教师卷

◎主编 常磊

如何备好一堂数学课



RuHe BeiHao YiTang ShuXueKe

华东师范大学出版社



教师基本功丛书·数学教师卷



如何备好一堂数学课

如何上好一堂数学课

数学作业的设计与评价

数学学困生的转化

如何命数学题

数学试卷分析方法

数学教育课题研究及论文撰写指导

多媒体数学课件制作



ISBN 978-7-5617-7240-9

9 787561 772409 >

定价：11.00元

www.ecnupress.com.cn

教师基本功丛书
数学教师卷

如何备好一堂数学课



华东师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

如何备好一堂数学课/常磊主编. —上海：华东师范大学出版社，2009
(教师基本功丛书·数学教师卷)
ISBN 978-7-5617-7240-9

Ⅰ.如…　Ⅱ.常…　Ⅲ.数学课—教学研究—中小学
Ⅳ.G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 185369 号

教师基本功丛书·数学教师卷

如何备好一堂数学课

主　　编　常　磊
策划组稿　李文革
审读编辑　李文革
封面设计　黄惠敏

出版发行　华东师范大学出版社
社　　址　上海市中山北路 3663 号　邮编 200062
电话总机　021-62450163 转各部门　行政传真 021-62572105
客服电话　021-62865537(兼传真)
门市(邮购)电话　021-62869887
门市地址　上海市中山北路 3663 号华东师范大学校内先锋路口
网　　址　www.ecnupress.com.cn

印 刷 者　江苏句容排印厂
开　　本　890×1240　32 开
印　　张　5.5
字　　数　147 千字
版　　次　2009 年 10 月第一版
印　　次　2009 年 10 月第一次
印　　数　3100
书　　号　ISBN 978-7-5617-7240-9/G·4191
定　　价　11.00 元

出 版 人　朱杰人



(如发现本版图书有印订质量问题，请寄回本社客服中心调换或电话 021-62865537 联系)

目　录



第一章
数学课堂教学设计的一般理论

一、什么是课堂教学设计

据现代课程理论的观点,"教学设计是运用系统方法对各种课程资源进行有机整合,对教学过程中相互联系的各部分作出整体安排的一种构想,即教学设计就是为了达到教学目标,对教什么、怎样教以及达到什么效果所进行的一种策划。"《数学课程标准》对数学课程改革提出了新的课程目标(总体目标、领域目标、学段目标和内容标准)和教育基本理念,要达到这些目标和实现这些理念,就必须认真审视新课程的课堂内容是什么、学生的认知特点和基础怎样、什么样的教学方式易于激发学生的思考和对知识的理解,也就是说必须认真研究数学新课程的教学设计。

教学设计既是教学设计理论在教学实践中的应用过程,又是在具备学科特点的教学理论指导下的产物。它不仅具有较强的可操作性,而且能充分展示它的技术性特点,它的主要作用就是构建教学理论与教学实践之间的桥梁。

教学设计是教师根据《数学课程标准》、教学内容和教学对象,为达成预定的教学目标而设计的在课堂教学中组织、指导学生进行有效学习活动的方案。教学设计有赖于教师正确的、先进的教育思想和理念,对教材熟悉的程度和钻研的深度,对学生的了解以及对教学方法的选择和优化。教学设计就是在《数学课程标准》的指导下,依据现代教育理论和教师的经验,基于对学生需求的理解和对

课程内容的分析，而对教学手段、教学方法、教学活动等进行规划和安排的一种可操作的过程。精心设计教学是上好课的前提条件，是教学工作的重要环节，是提高教学质量的根本保证。

二、教学设计的意义

1. 教学设计是课堂教学活动有效进行的前提和保证

设计好一节课的教学是上好一节课的前提，是提高课堂教学效益的重要基础和保证。进行教学设计可以使教师在设计课堂教学的过程中所考虑的多种教学活动设想，经过进一步的推敲，使之条理化、科学化，明确地体现于教学设计的文字之中。这是使得教师的课堂教学设计更加系统、准确和深刻的重要步骤，也为课堂教学实践活动提供了备忘材料。课堂教学活动是教师和学生共同参与的活动过程。要加强课前“教学设计”的研究力度，使教师在设计中就有学生意识，形成“弹性化”方案，思考师生活动的合理配置与目标，用新的设计去支撑教学过程的构建，充分了解学生的认识规律和身心发展的规律，根据数学教学过程的具体特点，设计出合乎客观规律的教学方案。使教师对自己设计的方案、思路、目标、过程在课前就娴熟于心，从而在课堂教学中做到游刃有余。

2. 教学设计是提高教师教学水平的重要途径

认真进行课堂教学设计是提高教师教学水平的重要途径。教师进行课堂教学设计的过程是一个研究《数学课程标准》、教材、教学内容、学生及教学方法等因素的综合过程。在这个过程中，教师不仅要研究所教课程的知识体系、学生的知识结构水平和认知规律及特点，而且要按照《数学课程标准》的精神，分析教材的编写意图和教材特点，分析教材的知识结构、体系、深度和广度。特别是要以整体为背景，分析各部分教材的特点，明确教材的要求、重点和难点，分析知识的价值功能，酝酿设计教学过程，确定教学方法。对《数学课程标准》、教材、学生和教学方法的分析研究过程，正是教师研究、学习、提高自己教学水平的过程，反过来教学水平的提高在很

大程度上取决于教师对教材钻研的能力和水平。所以坚持不懈地刻苦钻研教学设计，是促进教师教学水平不断提高的重要途径。

3. 教学设计是教师进行教学研究的一种形式

教学设计是教师在日常教学中进行教学研究活动、提高教学研究能力的过程。教学过程从某种意义上讲是通过合理的方式把以教材为载体的文本知识转化为学生的认知结构体系中一个新的组成部分，转化为学生的一种认识问题、分析问题、解决问题能力的过程。教学设计就是教师研究、设计、提高实现这种转化的有效性的过程。如何做到科学、高效地实现这种转化是教学设计的关键。这就需要教师在进行教学设计时，深入研究数学课程本身的知识结构体系，深入研究学生的心理特征、学业水平及其认知规律，优选与教材内容和学生特点相适应的教学方法进行施教。因此，认真进行教学设计的研究，对于提高教师的教研和教学水平无疑是很有价值的。

三、教学设计的基本理念

新课程下的数学教学设计，应以《数学课程标准》的先进理念为支撑，坚持“以人为本，以人的终身发展为本”的基本理念。新课程下的数学教学不仅要为学生今天的学习服务，更要为学生明天的可持续发展奠基，以促进学生全面、持续、和谐地发展为出发点和归宿；以动手实践、自主探索、合作交流为主要学习方式；以培养学生终身学习的能力、动手实践的能力、探索创新的能力和用数学思考与解决问题的能力为目的。

1. 学生是教学的主体

学生是数学学习的主人，教师是数学学习的组织者、引导者与合作者。有效的数学学习活动不能单纯地依赖模仿与记忆，动手实践、自主探索与合作交流是学生学习数学的重要方式。学生的数学学习活动应当是一个生动活泼的、主动的和富有个性的过程。新课程的教学设计要为每位学生的发展创造合适的“学习条件”，即着眼

学生基本素养的全面提高，引导学生生动活泼地主动学习，促进全体学生的最佳发展。

2. 数学教学的目的是促进学生全面发展

新课程的教学设计要以提高全体国民素质为目标，面向全体学生，即面向每一个有差异的学生个体。数学教学设计不仅要重视基础知识的教学和基本技能的训练，发展学生的智慧和能力，而且要促进他们积极的情感和态度以及正确价值观的形成。数学新课程的教学设计要注重发挥学习者的主体作用，创设合适的教学情境和条件，激发学生的学习热情和动机，引导他们主动参与、乐于探究、勤于动手，在自主的活动中理解、掌握和运用所学的知识。新课程基本理念提出："人人学有价值的数学；人人都能获得必需的数学；不同的人在数学上得到不同的发展。"数学新课程在学科观和知识观上的变化，要求我们更新教学观念，努力探索符合数学特点的教学设计思路和教学模式，凸显数学在目标、内容、方法上的特点，以学生的整体发展为本。在教学中，教师要把基本要求与特殊要求结合起来，把着眼全体与因材施教结合起来，要通过改变教材的呈现方式、教师的教学方式和师生的互动方式来改变学生的学习方式。通过创设学生自主参与、探究发现、合作交流的教学情境，让学生感受和理解知识的产生和发展过程，确立学生在课程中的主体地位，建立自主、探索、发现、研究以及合作学习的机制，化知识为智慧，积文化为品性，提高学生的素养。高境界的数学教学，不仅要使学生的数学观念、数学思想、数学眼光、用数学的意识等方面得到发展，还要充分利用数学的学科特点，从思想道德、意志品格、健康心理、社会意识等方面全方位关注学生的发展。

3. 创新精神和实践能力是学生发展的重点

素质教育以培养学生的创新精神和实践能力为重点，新课程教学设计必须凸显这一点。在具体的教学设计中，要培养学生收集和处理信息的能力、获取知识的能力、分析和解决问题的能力以及团结协作的能力。为了培养学生的创新精神和实践能力，教学设计应

当创设一定的情境，安排一系列的“教学事件”，并提供相应的教学条件，通过教材呈现方式的变革、活动任务的“交付”、教学方式与师生互动方式的变化，最大限度地组织学生亲历数学探究的过程，在动手、动脑和“做中学”、“用中学”的协作参与中，发展他们的个性和能力，培养学生的创新精神和实践能力。

四、教学设计时应具有的几种意识

1. 研究意识

(1) 研究《数学课程标准》，准确定位课堂教学

《数学课程标准》是教材编写、教师教学和考试命题的依据，是教师设计教学活动的指导性文件。教师在教学设计前要与课程标准进行高质量的对话，特别是要全面深入地了解第一部分“基本理念”和第四部分“课程实施建议”。这两部分中的每一句话，都蕴含着先进的教育、教学理念。

例如，《数学课程标准》在第一部分“基本理念”中提到：“数学教学活动必须建立在学生的认知发展水平和已有的知识经验基础之上。教师应激发学生的学习积极性，向学生提供充分从事数学活动的机会，帮助他们在自主探索和合作交流的过程中真正理解和掌握基本的数学知识与技能、数学思想和方法，获得广泛的数学活动经验。学生是数学学习的主人，教师是数学学习的组织者、引导者与合作者。”认真解读这段话，对教师准确把握教学起点、恰当选择教学方法、确定自己在课堂中的角色都有着非常重要的意义。

(2) 研究教材，透彻理解编写意图

数学教材是教师上课的主要教学依据，新教材为学生的学习活动提供了基本线索，是实现课程目标、实施教学的重要资源。教师在教学设计时要树立整体观念，从教材的整体入手通读教材，了解教材的编排意图，弄清每部分教材在整个教材体系中的地位和作用，用联系、发展的观点，分析处理教材。首先要通过教材分析，弄清它的地位、作用和前后联系，以把握新旧知识的连接点和学生认

知结构的生长点。怎样理解编者的意图呢？有效的方法是多问几个为什么。例如，教学内容为什么这样设计？习题为什么这样编排？结论为什么这样引出？等等。经过这样几番思考之后，教师必定会提高驾驭教材的能力。

（3）和同伴研究、解决教学设计中的困惑

新课程倡导合作学习，这种学习方式不仅适合于学生，也适合于教师。一个人的智慧毕竟是有限的，教师在备课时经常会遇到凭个人的知识与智慧难以解决的问题和困难，必须依靠教师集体的力量才能解决。当我们面对一个教学设计中的问题而苦思冥想时，不要忘了你身边的同事，他们的一句话有时会令你眼前一亮，茅塞顿开。

（4）研究名师的教学，开阔自己的教学视野

特级教师和优秀教师丰富的教学经验是教师教学设计时可资借鉴的宝贵资源。这些名师的课堂教学在许多方面都有其独到之处。如新课的引入、教学情境的创设、教学方法的选择、课堂练习的设计和课堂评价语言的运用等，都能给自己以启发和借鉴。教师在教学设计时，参考一下这些教师的教学设计或观看一下他们的课堂教学录像，都会对开阔教学思路大有好处。

另外，网络教学设计不失为新课程背景下教师教学设计的一条新路子。随着当前信息技术的普及，一般的学校都能上网，教师也可以通过网络和全国各地的网友对话，把自己在教学设计中遇到的困惑同各位网友进行交流，很快就会得到众多网友的回复。

（5）研究学生，找准课堂教学的切入点

学生是教学过程的主体，学情是教学的出发点，只有了解学生，才能有的放矢、因材施教，避免无效劳动，提高课堂教学效率。建构主义学习理论认为，学习者并不是空着脑袋进入学习情境中的，教师的教学不能忽视学生已有的经验，而是应当把学习者原有的知识经验作为新知识的生长点，引导学习者从原有的知识经验中生长出新的知识经验。在新课程的课堂教学中，教学设计的重点应转移到

学生的发展上来。为此,我们必须重视对学习者的分析。

2. 课程资源开发意识

重视课程资源的开发和利用是新一轮课程改革提出的新目标,其目的是要改变学校课程过于注重书本知识传授的倾向,加强课程内容与学生生活及现代社会和科技发展的联系,关注学生的学习兴趣和经验,使课程适应不同地区不同学生发展的需要。尽管教材为学生提供了精心选择的课程资源,但教材仅是教师在教学设计时所思考的依据之一。教师在细心领会教材的编排意图后,要根据自己学生的数学学习特点和教师自己的教学优势,联系学生生活实际和学习实际,对教材内容进行灵活处理,及时调整教学活动。比如调整教学进度、整合教学内容等,对教材做二次加工,使"教材"成为"学材"。

教师除了要有效地挖掘教材资源外,还要注意创造性地开发和利用其他教学资源。数学来源于生活,又应用于生活,社区、家庭中有大量的与数学教学相关的课程资源。如果我们在教学时能够合理利用,对激发学生的学习兴趣、拓展学生的知识面大有好处。随着社会的发展和人民生活水平的提高,电视、广播、计算机已经进入普通百姓家,学生获取信息的渠道越来越多,其知识面也越来越广。现代社会是一个网络化、信息化社会,教师可以在网上搜集一些与教学相关的题材,以充实、丰富课本内容。

3. 学生主体意识

《数学课程标准》指出:"学生是数学学习的主人,教师是数学学习的组织者、引导者与合作者。"教学的对象是学生,学生的真实状态是决定课堂教学一切活动的出发点。学生主体参与教学就是学生进入教学活动,能动地、创造性地完成学习任务的倾向性表现行为。现代教学论认为,学生的数学学习过程是一个以学生已有的知识和经验为基础的主动建构过程,只有学生主动参与到学习活动中,才是有效的教学。教师在教学设计时树立以学生为主体的意识,特别要注意以下几点。

（1）体现学生的自主性和活动性

设计一些能够启发学生思维的活动，让学生通过观察、试验、归纳、猜想、论证，获得发现、创新的体验；通过讨论有疑惑的问题，让学生发表不同的意见，引导他们使用数学语言、数学模型或其他的表达方法来交流表达自己的思想。

（2）体现数学问题的情境性和可接受性

设计一些问题情境，其中解决问题所需要的信息应该来自学生的真实水平，使他们可以将数学问题与已有的知识结构联系起来。为了保证课堂上所有学生都能够轻松地解决问题，任何活动的基本水平，要么定位在学生已有的经验、知识基础上，要么定位在一些学生很容易掌握的知识上。随着学生的知识和信息不断丰富，可以向学生介绍更多类型的问题情境或更难的应用问题情境，这样才能使学生掌握问题解决的一般规律。

（3）体现学生的研究性和合作性

我们既关注学生理解所学数学知识的能力，同时也关注学生独创出自己的方法及技巧的能力。设计一些精巧的、与重要概念和性质相结合的活动去引导他们进行研究，让学生在活动中通过互动，来建构自己的数学知识。通过小组合作和集体的创造性，在提高每个学生数学水平的同时，也提高了学生交流自己观点的能力。因此，对学生来说，参与小组合作共同完成某一项目，其间需要讨论、争辩和作出让步，这样的锻炼对于他们将来融入社会是一种非常必要的准备。

4. 预设与生成意识

教学从本质上讲就是预设和生成的矛盾统一体。教师课前需要教学设计，预设教学效果。在数学课堂教学中，教师如果按照预设方案忠实地加以实施，就会排斥学生的个性思维，限制学生对预设目标的超越，抹杀学生的创造智慧。当现成的新情境和新的课程资源不能和教师预设的结果一致时，仍强行按“预设”方案进行，实质就是在上演“教案表演剧”。课堂应该是动态的存在，学生往往是

凭着自己的已有知识、经验、灵感和兴致参与课堂教学的，这就使得课堂呈现出丰富性和多变性。课堂教学不能过分拘泥于预设的固定不变的程序，应当开放地纳入弹性灵活的成分以及始料不及的体验。因此，新课程标准特别强调课堂教学是师生互动生成的过程，正是以促进学生的发展为宗旨。可以这样说，强调互动生成的课程一定会呈现出更大的开放性。那么，是不是因此就不要预设教学方案呢！凡事预则立，不预则废。预设是数学课堂教学的基本要求。数学课堂教学是有目标、有计划的活动，没有预设方案的准备，教学只会变成信马由缰的活动。教师课前应有应付课堂上可能出现种种意外的心理准备，这样在课堂上才会游刃有余。但预设并不意味着过分的提问、按预定的教学设计程序式地进行、准确计算每一环节的时间分配等静态的方案。高明的预设总是在课堂中结合学生的表现，灵活选择、弹性安排、动态修改。一个富有经验的教师的教学总能寓有形的预设于无形的动态的教学中，真正融入互动的课堂，随时把握课堂教学中闪动的亮点，把握促使课堂教学动态生成的切入点，促进学生在更大的空间里进行个性化的思考和探索。一堂好的数学课应该是一节不完全预设的课，在课堂中有教师和学生真实的情感、智慧的交流，这个过程既有资源的生成，又有过程状态的生成，内容丰富，多方互动，给人以启发。

5. *质量效率意识*

进行课堂教学改革，归根结底是为了提高教学质量，促进学生掌握知识，形成能力，实现个性的健康发展。课堂教学应使学生在掌握基础知识与基本技能的同时，形成正确的价值观。因此，在教学设计时，对教学的各个要素、各个环节都要精心设计，全面考虑，确保在课堂教学实施过程中的有效性。

五、教学设计的核心要素

进行教学设计之前需要对教学的主体、内容、进行方式等核心要素进行分析研究，以更好地实施课堂教学，提高课堂教学的有

效性。

1. 教学主体

《数学课程标准》指出:“学生是数学学习的主人,教师是数学学习的组织者、引导者与合作者。”教学系统的服务对象是学习者。为了做好教学工作,必须认真分析、了解学习者的情况,掌握他们的一般特征和初始能力,这是做好教学设计的基础。当我们开始教学设计时,很重要的是要考虑学生的特点。这是因为学校中各个班级的学生存在着很大的差异,即使同一个班的学生也存在明显差异。认识差异、善待差异是教学成败的关键。

2. 教学内容

在教学设计中,教学内容应该是由课程标准确定的,教材内容是教学内容的一种载体,最理想的情况当然是教材内容完全符合课程标准的要求,也符合学生实际的学习需要,不需要作调整。但实际上,教科书中呈现的知识内容和编排方式,一般并不能原样直接地呈现在课堂教学过程中,而必须经过教师的再选择、再组织、再加工,需要教师根据自身对课程标准的理解和学生的实际学习需要,作出适当处理,包括增删、换序、整合、新编等。一个基本的认识应该是:教材内容只是作为达到教学目的的一种载体,完全可以根据实际情况重组和调整,而且确实有必要这样做。确定教学内容首先要研读《数学课程标准》,尤其是研读课程总目标和学段目标。教师应根据学生实际,充分发挥自己的主观能动性,创造性地使用教材,积极开发、利用各种教学资源,为学生提供丰富多彩的学习素材,结合教学内容和学生实际进行拓展与创新。钻研教材的扎实与否决定着教学设计是否有效,课堂教学是否有效。

3. 教学目标

教学目标是通过教学活动以后,学习者应该掌握的知识和技能,发展的能力,培养的态度、情感和形成的观念等指标,一般应该用可观察、可测定的行为术语精确表达出来,同时,教学目标也要尽可能地反映学习者内部心理的变化。

教学目标是教学活动的出发点和归宿，是对学习者通过教学以后能做什么的一种明确、具体的表述。它的基本要求应具备科学性、合理性、明确性以及可检测性。在课堂教学前，教师根据学生的具体情况和课程标准的要求制定符合基本要求的教学目标，是取得教学成功的先决条件之一。目标作为观念形态的价值意识反映了人的需要，当需要带着清晰而明确的目标和目的意识并延伸到人的行为领域且同行为相联系的时候，则形成动机。假如你对要去的目的地不清楚的话，那么你很可能抵达另一个地点，而且还不知道走错了方向。因此，教学目标的表述必须足够清晰，力求做到明确、具体、可观察、可测量。确定教学目标并清晰明确地加以表述是很重要的一步，只有这样才能激发学生学习的积极性，使学生产生要达到目标的强烈渴望，提高课堂教学效率。

明确的教学目标是高质量教学的必要条件。教学目标的制定是否准确清晰，直接影响教学环节的设计和实施，制约教学活动的展开，并最终影响教学目标的达成。

4. 教学活动

教学活动是课堂教学的主要部分，师生通过教学活动达成目标，达到共同发展。因此，教学活动的设计是教学设计的重点。学生在学习活动中发现知识、感受过程、学习方法、培养习惯、陶冶情感。每个学生通过动手、动口、动脑，参与数学的学习过程，在教师的激励和指导下通过自己的内化活动来实现数学知识和能力的获得，使学习过程真正成为主动获取、主动发展的数学活动化的过程。

引导学生积极、主动参与课堂教学活动的有效途径是合理设计数学问题，通过学生分析、思考、探索、讨论、解决数学问题，实现参与课堂教学活动和自主发展的目的。

5. 教学媒体

教学媒体是向学生传递教学任务或内容的物理手段。选择媒体首先要考虑的是向学生最有效的传递的基本刺激属性。

利用计算机多媒体技术开展辅助教学，让学生从被动学习转为

主动吸取知识，对提高教学效果有明显的优势。充分利用多媒体技术，将教学内容以非常直观的形式展现给学生，使学生容易掌握，并且印象深刻，从而提高了教学效果。根据教学目标和教学对象的特点，在进行教学设计时，合理选择和运用现代教学媒体，并与传统教学手段有机组合，以多种媒体信息作用于学生，达到最优化的教学效果。

6. 教学评价

教学评价的目的是了解教学目标是否达到，从而作为修正设计的依据。教学评价包括诊断性评价、形成性评价、总结性评价。

新课标下课堂教学评价侧重于形成性评价，目的是为了全面了解学生的数学学习历程，激励学生的学习。新课标下课堂教学评价，既要关注学生对知识和技能的理解和掌握程度，又要关注他们在课堂教学活动中所表现出来的情感和态度；既关注学习的结果，又要关注他们在课堂教学活动过程中的变化和发展。在教学设计时，教师要预设捕捉学生的表现，在对过程进行评价时应侧重评价探究精神、探究能力、探究方法，在对结果进行描述时多用鼓励性语言，以充分发挥评价的激励作用。同时，通过教学评价查明学生与教学目标之间的现实差距，如果学生在教学活动开始前已经达到了教学目标，那么就没有必要再多花费时间，这时就要对教学目标和教学活动进行调整，以便更切合学生的需要。通过教学评价提供学生学习进步状态的反馈信息，以便对教学目标的实现提供有效信息，从而提高课堂教学的针对性和实效性。

第二章 数学课堂教学设计的一般步骤

第一节 查阅和搜集资料

教师在进行教学设计时，除了要认真研读《数学课程标准》，有效地挖掘教材资源外，还要注意创造性地开发和利用与教学相关的其他教学资源，来充实和丰富课本内容，开阔自己的视野。如果我们在教学时能够合理利用社会生活中与数学教学相关的课程资源，那么对激发学生的学习兴趣、充实课堂教学内容将有极大的帮助。查阅和搜集资料一般包括以下的步骤：初读教材、明确标准、查阅教参、深挖教材内容、取长补短、定位教材等。下面结合具体实例加以说明。

例如，在高中“平面几何中的向量方法”的教学设计时，教师首先要做的是阅读数学教材、参阅《数学课程标准》、研究学生最近发展水平，从这些教学资源中对所要讲授及学生所要学习的内容有相应的了解。教师的案头除了配发的教材、《数学课程标准》和教学参考外，还应有如教案集、习题集等参考资料。由于本节是一节习题课（或称为思想方法整合课），当然要查找这些资料中本部分内容的相关拓展性习题，所有这些都是为了使教学设计更加完善。

（1）初读教材：仔细阅读人教A版教材《数学4》（必修）第109～111页相关内容，同时做例题（体验有几种解法）、研究思考题（揣摩学生会如何思考）、做相应练习题（估计学生做多少，做哪些），初步

了解教材要讲什么内容,研究课堂练习和习题配置情况,了解它们与例题的关系,初步对教材形成自己的认识。

(2) 明确标准:结合教材查阅《普通高中数学课程标准(实验)》(人民教育出版社)第 32 页对本节内容的描述,知道课标对本部分内容的要求是“经历用向量方法解决某些简单的平面几何问题、力学问题与其他一些实际问题的过程与方法,体会向量是一种处理几何问题、物理问题等的工具,发展运算能力和解决实际问题的能力。”从而可知标准明确提出了知识与技能、过程与方法和情感态度等三维目标要求,明确了设计的方向。

(3) 查阅教参:结合教材阅读人教 A 版教学参考书《数学 4》(必修)第 100~101 页内容,深层次了解教材编写意图和教学目标,重、难点等。教材在这里安排这部分内容是为了体现向量的应用,或者说是体现向量的工具性作用。在内容安排上,教材安排了两道例题,以此体现向量使用中平行四边形的模型作用,同时两道例题的思考模式都是先利用特例对结论进行猜想,然后给出证明。因此预计教学的重点是:用向量方法解决平面几何的基本方法及步骤;教学难点是:用向量方法表示几何问题,用基底表示所需向量。

(4) 深挖教材内容:结合课标要求和教参意图,再仔细阅读人教 A 版教材《数学 4》(必修)第 109~111 页相关内容,进一步研究教材要讲什么内容,内容结构怎样;它与前后知识有什么联系;学生学习可能会遇到什么困难;我在教学生时有什么有利的方面,有什么不足的方面。其次研究课堂练习和习题配置情况,包括了解内容与例题有什么关系;它们的配置是否合理;应怎样处理才能达到课标的要求;怎样处理才能使学生最大限度发展他们的相关能力。最后,结合教材要求以及估计学生理解的重难点选择是否使用多媒体。这时,已对教材形成较合理的认识。

在这一步中有的问题不能解决,即使能解决也只代表个人的想法,具有片面性,需要进行下一步。

(5) 取长补短:上网搜索有关本节课的教学案例、教学课件、教

材解读等教学资源，与同教学组教师探讨交流意见，并与自己的想法进行对照，以便使教学设计更合理。

(6) 定位教材：在前五步工作到位后，我们的头脑中就形成了对教材的定位。

这些步骤总结为“三静三动”：(1)、(4)、(6)为静，(2)、(3)、(5)为动。当你进行完以上步骤后，对本节课所要讲授的内容已经有了大致的了解，为教学设计做好了准备。

在进行课堂教学设计时，教师可以参考不同版本的新课标教材，从而更好地体会和掌握课程标准的要求及教学目标；也可参阅相关的教学参考资料，一些资料中既有本章、本节的教学目标，还有例题的易错分析，以及不同类型的练习题等，把这些资源与自己所做的教学设计进行比较，汲取长处，合理调整，更具针对性地指导教学。

上网学习已经成为新时期人们学习的重要方式，也是进行教学设计时查阅资料开阔视野的好方法。一位教师在进行“平行四边形的判别”的教学设计时，是这样利用网络、打开思路的：先在粗读教材和《数学课程标准》之后，从网上下载五六篇自己认为不错的教学设计，仔细品读这些设计，感受每位设计者的引入思路，他们对本节重难点的把握；再深入、全面地进行思考，创造出适合自己和自己学生的独具特色的教学设计。

以下是这位教师在设计本节课的引入环节时，使用网络课件过程中的体会：

我在苦苦思考自己的引入设计时，在一份课件中看到其开头有如图1所示的一些图片。

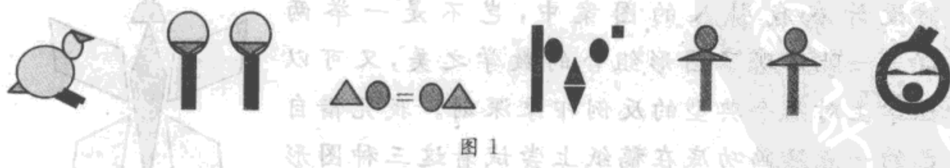


图1

在每张图片的下方分别写着：一只小鸟、一副羽毛球拍、等式、机器人、稻草人、三毛的弟弟二毛。紧接着就打出了本节的课题——平行四边形的判别。由于没有设计说明，所以刚开始看了百

思不得其解，后来琢磨可能是从图形组合的角度引入。虽然我不很欣赏这种引入方式，但它却诱发了我的设计灵感：我可以利用平行四边形组合设计出美丽的图案，直接切入主题。但设计什么图案呢？我又陷入了另一个思考中。

通过网络搜索，我发现在很多课件中都出现了类似的一组判断题：

① 一组对边平行，另一组对边相等的四边形是平行四边形。

② 一条对角线分四边形为两个全等三角形，这个四边形是平行四边形。

③ 两组邻边分别相等的四边形是平行四边形。

……

这类题目能够检验出学生对图形的性质与判别区分是否清晰，是本节的难点和易错点。例如判断①，犯错误的学生往往是脑子里先出现一个平行四边形，然后想到它确实是一组对边平行，另一组对边相等的四边形，从而判断这道题是正确的。这就是没有分清性质和判别。而能够正确地完成这道题目，就在于学生能否联想到小学就已经很熟悉的等腰梯形这一反例。而正确地判断②和③，则在于能否联想到另一种典型图形——姑且称为"钻石型"吧（如图2）！



图 2

根据以往的反思记载，这类题目学生出错的几率较大，一方面说明学生对图形的性质与判别区分不清晰，另一方面不也说明对"等腰梯形"和"钻石型"这两类典型图形的联想还不到位吗？如果我将"平行四边形"、"等腰梯形"和"钻石型"同时设计在我引入的图案中，岂不是一举两得——既体现了图形组合的数学之美，又可以让学生对两个典型的反例印象深刻。我凭借自己的一点绘画功底在稿纸上尝试着这三种图形的各种组合，终于出现了一只满意的蝴蝶。我称之为——四边形的魅力（如图3）。

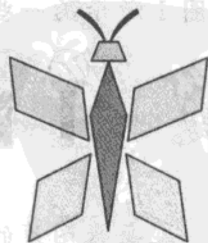


图 3

第二节　进行教材分析

教材分析——主要解决教什么、学什么的问题，一般从以下方面分析教材：

(1) 分析学习主题的知识结构、地位作用，以及重点、难点；

(2) 分析学习主题所使用的教材特点、体例、呈现方式、编写意图；

(3) 站在《数学课程标准》的高度去分析教材；

(4) 简单写出单元教材分析和课时教学分析。

例1　"平面几何中的向量方法"教材分析。

在进行教学设计时，要学习教材的配套教参，了解教材的编写意图和编写特点，理解课程目标，熟悉教学要求。了解相关数学知识产生的背景和发展历程及其与其他知识、学科和实际的联系，挖掘其数学价值。通览教材，熟悉教材内容知识结构图，从整体上把握教材。明确本课内容在相关章节中的地位和作用，弄清楚本课内容与相关内容之间的上下位关系。明确例题、习题的编排与教学功能。研究数学概念、数学原理以及例题和习题的解法，把握其数学本质，尤其是其中所包含的数学思想、方法。如对本节分析时可以从以下方面进行：

(1)《数学课程标准》对本节的要求

经历用向量方法解决某些简单的平面几何问题、力学问题与其他一些实际问题的过程，体会向量是一种处理几何问题、物理问题等的工具，发展运算能力和解决实际问题的能力。

(2) 本节课的内容和地位

"平面几何中的向量方法"是人教A版普通高中课程标准实验教科书《数学4》第二章第5节内容。学生学习本节需要两课时，这是第一课时的内容，主要学习前2个例题。

通过例 1 的学习要使学生明确用向量方法解决平面几何问题的“三部曲”。教学时要引导学生自己总结，并要把它与《数学 2》中用解析法解决几何问题的“三部曲”进行对照。

例 2 通过向量之间的关系判断线段之间的关系，阐述了平面几何中的向量方法，同时使学生进一步理解和掌握用向量法解决平面几何问题的“三部曲”。本例的解法中使用了待定系数法，即在第二步中，由$\overrightarrow{AR}$与$\overrightarrow{AC}$共线而设$\vec{r}=n(\vec{a}+\vec{b})$，$n\in\mathbf{R}$，由$\overrightarrow{ER}$与$\overrightarrow{EB}$共线而设$\overrightarrow{ER}=m\overrightarrow{EB}$，进而把$\vec{r}$表示为$\vec{a}$、$\vec{b}$的线性组合。然后利用平面向量基本定理的系数唯一性求 m、n。待定系数法是向量法证明平面几何问题的常用方法(待定系数法帮助将一个向量有效的分解在一组基底上)。

例 1、例 2 都不是直接给出要证明的结论，而是在一定条件下，先探索、猜想出某些结论，然后通过严格的逻辑推理，证明猜想的正确性。这一思路在《数学 1》学习“函数性质”和《数学 4》学习“三角函数模型的简单应用”时都曾经用过。而这些结论的猜测都可以通过信息技术来实现。

“平面几何中的向量方法”这一节课的核心内容是经历用向量方法解决一些简单的平面几何问题，体会向量是一种处理几何问题的工具，发展学生的运算能力和解决问题的能力。在学生构建“平面向量”这一章知识体系时，这一节内容既体现“平面向量”的重点“平面向量基本定理”，又体现向量作为工具性知识在其他领域(平面几何)的应用及其步骤。在解题中又能体现出向量解题中平行四边形的模型思想。

例 2 高中人教版课标数学教材《数学 1》(必修)“§1.2.1 函数的概念”教材分析。

函数是描述客观世界变化规律的重要数学模型。高中阶段不仅把函数看成变量之间的依赖关系，同时还用集合与对应的语言来刻画函数，函数的思想方法将贯穿于高中数学课程的始终。

这一节课主要是让学生进一步深入了解函数的概念(三要素)，

为今后进一步利用函数模型分析和解决问题奠定基础。函数模型在实际生活中的应用非常广泛，函数的概念是今后学习高等数学的基本知识。

“函数及其表示”这一节教科书的设计思路是：通过三个背景实例，在问题的引导下分析、概括出运用集合与对应语言描述的函数定义。这样，既衔接了初中阶段将函数看成变量之间依赖关系的认识，又进一步提升到用集合与对应的语言来刻画函数。为了理解函数概念的本质，教科书从函数的三要素、函数的符号、函数表示法三个角度对函数概念进行细化，最后将函数概念推广到了映射。这样处理的目的是将重点放在对函数概念本质的理解上。

本节课教材选用这三个例子，主要想实现两个目的，其一是为学生理解函数的概念提供感性的认识，设计出让学生“思考”的问题，目的是确立学生的主体地位，引导学生从事探究活动，培养创新灵感，同时注重培养学生从具体到抽象、特殊到一般的概括能力；其二是注意到学生在学习用集合与对应的语言刻画函数的概念之前，比较习惯用解析法表示函数，显然这是对“函数”很不全面的理解。在本节中，教科书从引进函数概念开始就比较注重函数的三种不同的表示方法：解析法、列表法、图象法。函数的不同表示方法能丰富学生对函数的认识，帮助学生理解函数的抽象性。

要正确理解函数的概念，必须认识到初、高中学习的两个定义本质是一致的，只是叙述概念的出发点不同：初中定义是从运动变化的观点出发，而高中定义是从集合与对应的观点出发，这种叙述更具数学意义，更注重函数模型化的思想。

当然，对函数概念本质的理解并非一次就可以实现，要通过与初中定义的比较、与其他知识的联系以及不断的应用才能逐步理解。除了在本章要适当地为学生提供反复理解函数概念的机会外，在后续学习中，应当通过基本初等函数的学习，引导学生以具体函数为依托，反复地、螺旋上升地理解函数的本质。

例 3　高中人教版课标教材《数学 2》(必修)“§4.2.1　直线和

圆的位置关系(第一课时)”教材分析。

坐标法是在坐标系的基础上,把几何问题转化成代数问题,通过代数运算研究几何图形性质的方法,它是解析几何中最基本的研究方法。由于平面解析几何是一门典型的数与形结合的学科,信息技术在加强几何直观和促使数与形结合方面有着特殊的作用。借助信息技术,可以形象、直观地帮助学生认识所研究的直线。在动态演示中,观察直线的位置及其性质,在直观了解的基础上,寻求形成这些性质的原因以及代数表示。通过对方程的研究,了解直线与直线的关系时,运用信息技术,可以进一步验证得到的结果,为抽象的认识增添形象的支持。

教学中,要把“坐标法”贯穿平面解析几何教学的始终,帮助学生不断地体会“数形结合”的思想方法。在教学中应自始至终强化这一思想方法,这是解析几何的特点。教学中注意“数”与“形”的结合,包括两个方面:在通过代数方法研究几何对象的位置关系以后,还可以画出其图形,验证代数结果;同时,利用几何图形对代数问题的结论进行证明,即用解析方法解决某些代数问题。不应割断它们之间的联系,只强调“形”到“数”的方面,而忽视“数”到“形”的方面。

教学中,要结合大量的例题,突出用坐标方法解决几何问题的“三部曲”:

第一步:建立适当的平面直角坐标系,用坐标和方程表示问题中涉及的几何元素,将平面几何问题转化为代数问题;

第二步:通过代数运算,解决代数问题;

第三步:把代数运算结果“翻译”成几何结论。

坐标方法是该部分内容的“干”,要反复加强。

(1)《课程标准》对本章的要求

在直角坐标系中,学生已经能够建立直线的方程,并通过方程研究直线的有关性质,如平行、垂直、两条直线的交点、点到直线的距离等。通过本章学习,学生应当达到的学习目标是:

① 回顾确定圆的几何要素,在平面直角坐标系中,探索并掌握

圆的标准方程与一般方程；

② 能根据给定直线、圆的方程，判断直线与圆、圆与圆的位置关系；

③ 能用直线和圆的方程解决一些简单的问题；

④ 进一步体会用代数方法处理几何问题的思想；

⑤ 通过具体情境，感受建立空间直角坐标系的必要性，了解空间直角坐标系，会用空间直角坐标系刻画点的位置；

⑥ 通过表示特殊长方体(所有棱分别与坐标轴平行)顶点的坐标，探索并得出空间两点间的距离公式。

(2) 本节课的内容和地位

本节课的主要内容是给定直线和圆的方程，根据直线和圆的方程判断直线与圆的位置关系，重点是两种判断方法的掌握和应用。

上一章“直线与方程”研究了直线方程的各种形式、直线之间的位置关系以及直线之间位置关系的简单应用。本章在此基础上，学习圆的有关知识——圆的标准方程、圆的一般方程；继续运用“坐标法”研究直线与圆、圆与圆的位置关系等几何问题；并为进一步学习空间直角坐标系的有关知识，用坐标表示简单空间的几何对象打好基础。

“圆的方程”一节包括圆的标准方程、圆的一般方程两部分。首先提出确定圆的几何要素这个问题，指出圆心和半径是确定一个圆最基本的要素，然后引导学生用代数的语言(方程)描述圆，进而得到圆心为 $C(a, b)$，半径为 r 的圆的标准方程 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$。对圆的标准方程进行变形，可以得出圆的一般方程，它们是表示圆的方程的两种形式。

“直线和圆的位置关系”中，先从几何角度指出直线与圆的位置关系；然后用方程去描述它们，通过方程研究直线、圆的位置关系；最后安排了直线与圆的方程在解决实际问题和平面几何问题方面的应用。

通过方程，研究直线与圆、圆与圆的位置关系是本章的主要内

容之一。判断直线与圆、圆与圆的位置关系可以从两个方面入手：

(1) 曲线 C_1 与 C_2 有无公共点，等价于由它们的方程组成的方程组有无实数解。方程组有几组实数解，曲线 C_1 与 C_2 就有几个公共点；方程组没有实数解，C_1 与 C_2 就没有公共点。

(2) 运用平面几何知识，把直线与圆、圆与圆位置关系的结论转化为相应的代数问题。

本节课是第四章第二节第一课时，内容是直线与圆的位置关系，主要是上述两种方法的学习和应用，其中用到前一章中直线方程、点到直线的距离，以及本章中圆的方程、圆心坐标的求法等，是前面知识的综合，又是进一步学习的基础和工具。

所以本节课的核心知识是根据直线和圆的方程判断直线与圆的位置关系，重点是两种判断方法的掌握和应用。

例 4 “直线的倾斜角和斜率”教材分析。

分析教材是教学设计的起步，分析教材的目的是为了选择合理的教学方法，设计合理的教学程序。教材中每部分内容都有其编写目的，只有揭示其目的所在，充分显示所学内容的必要性，才能有效地激发学生的学习积极性，也才能更好地实现教学目标。

(1) 阅读《数学课程标准》第 19 页的有关内容，了解本章的内容概要。

解析几何是 17 世纪数学发展的重大成果之一，其本质是用代数方法研究几何图形的几何性质，体现了数形结合的重要数学思想。在本模块中，学生将在平面直角坐标系中建立直线和圆的代数方程，运用代数方法研究他们的几何性质及其相互位置关系，并了解空间直角坐标系。初步形成用代数方法解决几何问题的能力，体会数形结合思想。

解析几何研究问题的主要方法是坐标法，它是解析几何中最基本的研究方法。坐标法的基本特点是：首先用代数语言(坐标及其方程)描述几何元素及其关系，将几何问题代数化；解决代数问题，得到结果；分析代数结果的几何含义，最终解决几何问题。本章自

始至终贯穿数形结合的思想，在图形的研究过程中注意代数方法的使用，在代数方法的使用过程中加强与图形的联系。

（2）仔细阅读《数学2》第82～86页“倾斜角和斜率”的有关内容和教学参考书《数学2》第45～49页的内容，分析本节课的内容在本章中的地位和作用、学习的主要知识点，以及各个知识点之间的联系，并确定教学的重点。

“直线的倾斜角和斜率”是人教A版普通高中课程标准实验教科书《数学2》第三章第一节内容。学生学习本节需要两课时，这是第一课时的内容，主要学习倾斜角和斜率。本节内容是平面解析几何初步的初始课，有着开启全章，奠定基调，渗透方法的作用。本节课用坐标法研究平面上最简单的图形——直线，主要内容包括倾斜角和斜率的概念，以及过两点直线的斜率计算公式。

直线倾斜角和斜率是解析几何的重要概念之一，是刻画直线倾斜程度的几何要素及其代数表示，是用坐标法研究直线性质的基础。倾斜角从几何角度描述了直线的倾斜程度，教科书通过观察一组过点 P 倾斜程度不同的直线，引出倾斜角的定义，这是本节课的核心概念。斜率从代数角度描述了直线的倾斜程度，教科书借助学生初中接触过的“坡度”引出斜率概念，斜率定义指明了直线的斜率与倾斜角的关系，沟通了刻画直线倾斜程度的几何要素与代数表示的关系。最后通过构造直角三角形，推出了经过两点的直线的斜率公式。在教学中不仅要让学生理解直线的倾斜角和斜率这两个概念和斜率的计算公式，更要让学生体会几何问题代数化的过程，渗透解析几何的基本思想、方法。因此，本节课的教学重点是直线的倾斜角和斜率的概念及过两点的直线的斜率计算公式。

例5 “函数的奇偶性”教材分析。

函数是描述客观世界变化规律的重要数学模型。高中阶段不仅把函数看成变量之间的依赖关系，同时还用集合与对应的语言刻画函数，函数的思想方法贯穿高中数学课程的始终。学生将学习指数函数、对数函数、幂函数等具体的基本初等函数，结合实际问题，

感受运用函数概念建立模型的过程和方法，体会函数在数学和其他学科中的重要性，初步运用函数思想理解和处理现实生活中的简单问题。学生还将学习利用函数的性质求方程的近似解，体会函数与方程的有机联系。

(1)《数学课程标准》对本章的要求

通过丰富实例，进一步体会函数是描述变量之间的依赖关系的重要数学模型，在此基础上学习用集合与对应的语言来刻画函数，体会对应关系在刻画函数概念中的作用；了解构成函数的要素，会求一些简单函数的定义域和值域；了解映射的概念。

在实际情境中，会根据不同的需要选择恰当的方法(如图象法、列表法、解析法)表示函数。

通过具体实例，了解简单的分段函数，并能简单应用。

通过已学过的函数特别是二次函数，理解函数的单调性、最大(小)值及其几何意义；结合具体函数，了解奇偶性的含义。

学会运用函数图象理解和研究函数的性质。

《数学课程标准》对本节课的要求是“结合具体函数，了解奇偶性的含义”。

(2) 本节课的内容和地位

“函数的奇偶性”是人教A版普通高中课程标准实验教科书《数学1》第一章第三节内容。本节课的核心内容是：函数奇偶性的定义和判断方法。

函数是中学教材的重要内容，它反映了变量空间的基本规律，为人们更好地认识、把握和利用客观世界提供了有力的武器。而函数性质是其本质规律的反映，研究一般函数的通性和具体函数的性质是学习函数的重要内容。函数奇偶性是函数性质之一，学习它既巩固和提高了对函数的概念、表示方法的认识，又为进一步学习具体函数打下了基础。

本章第一节是集合的概念和表示方法，第二节是函数的概念、表示方法，第三节是函数的基本性质。本节是第三节函数基本性质

的第二个性质，教材的编排顺序极有利于组织教学，较适合学生的认知规律，尤其是在讨论函数性质时，教科书通过问题，引导学生经历了“三部曲”：

第一步，观察具体函数的图象，描述图象特征；

第二步，结合相应的数值表，用描述性语言描述函数特征；

第三步，引进数学符号，用形式化语言描述函数性质。

通过这样的安排，帮助学生更好地认识函数的性质，并体会从直观到抽象的过程。在这个过程中，教科书为学生提供了实际操作、自我探究的机会，也有利于学生自学。这是教材提供的研究函数一般性质的的基本“套路”。

而本节课的核心内容是：函数奇偶性的定义和判断方法，所以确定本节课的教学重点是会用定义法和图象法判断函数的奇偶性，难点是根据具体函数概括奇偶性的定义和简单应用。

例 6 数学课标北师大版教材七年级下册“同底数幂的乘法”教材分析。

粗读教师教学用书中本节的内容，包括对本节教学内容、习题内容及教学参考部分的阅读。粗读的意义重在感知，感知教材的编排设计意图、注意事项、例习题的难度和类型，为自己的教学设计提供一些素材。例如本节在教学参考部分提出的一点注意：“据国际心理学的有关测试及我们的调查，不少学生将幂的意义（几个相同数的乘法）与乘法的意义（几个相同数的加法）混淆，出现 $a+a+a=a^3$ 等错误，教师要注意提醒，让学生自己不断回顾幂的意义以纠正错误的认识。”这段文字不仅能帮助我们更好地进行学情分析，而且也提醒我们在教学设计中注重克服这一障碍。

之所以称为粗读，是因为此时对于教科书中引入情境的推敲、例题过程的解读都暂且不做深入考虑，只是先进行粗线条的感知。

浏览全章，可以帮助我们分析本节内容在知识体系中的地位和作用：同底数幂的乘法是在学习了有理数的乘方和整式的加减之后，为了学习整式的乘法而研究的关于幂的运算的基本性质（法

则)，又是幂的三个运算性质中最基本的一个性质，学好了同底数幂的乘法，其他两个性质和整式乘法的学习便容易了。因此，同底数幂的乘法法则既是有理数幂的乘法的推广，又是整式乘法的重要基础，在本章的学习中具有举足轻重的地位和作用。

不难发现，同底数幂的乘法法则的记忆，很有可能在学习了幂的乘方和积的乘方法则后，再次被干扰，甚至被破坏。从而让我们意识到要使学生对法则记得准确且牢固，教学设计中必须注重法则的推导过程和对法则中条件、结论的分析理解。

例 7 北师大版七年级下册第三章“生活中的数据”第二节“近似数和有效数字”第一课时教材分析。

《数学课程标准》的要求是了解近似数与有效数字的概念；在解决实际问题中，能用计算器进行近似计算，并按问题的要求对结果取近似值。

在教学设计时应从以下几个方面分析教材：

(1) 针对本节课的特点，应精心设计好导入内容(如某教师的引入：在进行中考前，某市电视新闻报道说，今年本市参加中考的人数约有 5 万人，而该市招办公布今年本市参加中考的人数有 54 837 人。同学们，是我听错了，还是报道出现了错误?)，真正把学生的思维拉入课堂，让学生带着问题学习。

(2) 精心策划本节课采用的教学方法及教学手段(本节课采用分组，让各个小组采用最小单位不同的工具测量本小组所带的树叶的长度及我们所用数学课本的长与宽)，在测量中让学生体会到产生不一样结果的原因，明确测量得到的数是近似数的本质(对于有能力的学生还可以让他们认识到除工具外，还有人为因数)。针对导入让学生了解数据的两种不同方式——近似数与准确数，认真设计例题。本节课的例题设计分成两种：“例 1. 下列数据中，哪些是精确的？哪些是近似的？①我们班有 65 名学生；②电视台报道，我市今天的最高温度是 20°；③北京 2008 奥运会的国家体育场“鸟巢”建筑面积达 25.8 万平方米；④在某个芯片上的电子元件

所占的面积为 0.000 000 7 平方毫米；通过结合实际问题让学生区分近似数与准确数。“例 2. 用四舍五入法按括号里面的要求对下列各数取近似数：①20.798（精确到 0.01）；②36 785（精确到千位）；③0.002 47（精确到千分位）；④我国的国土面积约为 9 596 960 千米^2（精确到千位）。”这是根据要求对给出的数取近似数并将它们准确表示出来。本节课介绍了学习和生活中的数产生的来龙去脉，让学生将近似数和准确数从本质上区分开来，并根据要求取近似数，能将这些数准确地表示出来，同时能进行口头及书面语言的交流。

（3）练习：课本第 93 页的知识技能训练。通过学生的练习检验对本节课知识的掌握情况，做到查缺补漏，及时消化，并将知识纳入到自己的知识体系中，培养学生良好的归纳习惯。

本节课的核心内容是认识数在不同背景下的描述方法，数分为近似数和准确数两种，在各种环境中能准确使用这两种数进行表述。给出实际问题时会对数进行准确处理，进行合理描述，能按题目要求对数取近似值。对较大的数进行计算时，能合理取近似值计算。在学生合理分析问题的基础上，准确取近似数，体现的数学思想方法是问题转换法、归纳法、“模式”构造法。

例 8 “平行四边形的判别”教材分析。

教材分析可以归结为“整体分析”和“具体分析”。所谓“整体分析”，就是指对本节内容在整个初中数学知识体系中的地位和作用的宏观把握；“具体分析”是指对本节教材所提供的导入情境和例习题的设置能够辨证地思考、仔细地推敲、深入地挖掘。通过这种“二维”角度的分析，我们可以更准确地理解和把握教材，教学时就能做到游刃有余。

1. 整体分析

首先，要对本章内容所处的地位和作用作出分析。

我们可以先浏览整个初中教材的目录部分，挑选出与本章相关的内容——七年级下册第二章学习了“平行线的特征”和“探索直线

平行的条件”，七年级下册第五章学习了“探索三角形全等的条件”，七年级上册第七章和八年级上册第三章学习了“图形的平移和旋转、轴对称”三种图形变换的知识。教学中我们既可以通过度量、判断、图形变换等合情推理来探索平行四边形的识别方法，也可以利用三角形全等、平行线的知识进一步利用演绎推理来说明其正确性，从中培养和发展学生的逻辑思维能力，满足学生多样化的学习需求。

九年级上册第三章“证明三”再次出现平行四边形的知识，这就需要我们仔细阅读教师用书中写在每章之前的“设计思路”、“教学建议”、“评价建议”等。不难得出结论：本章注重的是“直观操作与简单推理的有机结合”，而九年级上册的“证明三”则注重了学生逻辑证明能力的提高。认识到这点将有助于我们对本章内容“度”的把握。

其次，要对本节内容在本章中的地位和作用作出分析。

从本章内部的结构来看，本节内容安排在“平行四边形的性质”的后面，既是前面所学知识的继续又是后面学习矩形、菱形及正方形的判定等知识的基础，在此起着承前启后的作用，同时它也是通过观察、实验，培养学生猜想、分析、演绎、归纳等逻辑思维方法的好素材。

2. 对本节内容的具体分析

(1) 导入情境

教科书创设了“定制平行四边形框架”这一情境，它确实便于学生发现和探究平行四边形的常用判别条件。但由于定制方法是书中给定的，即便学生照着课本去操作，也只是模仿，难以刺激学生兴奋的神经元。因此，可以在情境设计中加入尝试、探索、创造的元素，让学生根据给定的材料创造性地得到平行四边形，再去想办法说明自己得到的确实是平行四边形。

(2) 例题的编排

教材中的例 1 是对判别方法的简单应用，但寻找图形中的平行

四边形的个数，是这部分内容的一类常见题型，可以考虑做一组变式练习，让学生再次对判别方法进行简单应用的同时，注重几个平行四边形组合生成的新平行四边形。

（3）习题的编排

教材中的随堂练习，关注了“两条对角线互相平分的四边形是平行四边形”这一判别方法的使用，是对例题类型的补充与完善。同时，为了使初学者不总是从边的角度去考虑平行四边形的判别，在第①问编者有意提供了从角平分线的角度思考的踏板，使学生比较容易找到第②问的最佳思考方法。

根据以往的经验，初学这部分内容时，学生总是不善于运用“两条对角线互相平分的四边形是平行四边形”这一判别方法，对此可适当引入变式问题，例如，将条件稍做变换，同时将第①问的踏板撤去，再次检查学生是否关注到“题目中出现对角线的条件时，常常利用这一判别方法”。

为了防止受习题和变式①的强化而冲淡对其他判别方法的应用意识，可再引入变式②，同时给予充分的时间让学生进行一题多解，并比较各种方法的优劣，实现知识的融会贯通。

第三节　进行学情分析

一、为什么要了解学生

了解学生现状是教学活动的起点，可以使我们知道将要进行的教学活动该从哪里开始，该向什么方向走，甚至该在哪里多停留一会儿。

二、了解学生什么

关注学生是否具备将要进行的数学活动所必需的知识与方法

(即与已有知识的联系),了解学生的思维水平、认知特征、对数学的价值取向、学生之间的数学差异等。这些都是设计合理的数学教学的前提。

例 1 “平面几何中的向量方法”一节教学设计的学生分析。

学生是学习的主体,一切教学都要从学生的实际出发。只有对学生情况熟悉,才能做到有的放矢、因材施教,调动学生的积极性,从而实现在学生的最近发展区充分地发展学生的各种能力。分析学生主要是了解学生已有的知识结构、认知水平和对已有知识的掌握程度等情况。

本节课是学生在学完平面向量基础知识后的一堂基本应用课。学生在这之前已经系统地学习了平面向量的定义、表示、基本定理、线性运算、数量积以及各种形式的坐标表示,对平面向量有了一定的知识基础,同时学生也对向量运算、向量分解有了一点技能基础(但不能熟练操作)。

学生在初中已经学过用综合法解决平面几何问题,上高中后在《数学 2》中已经学习过用解析法解决平面几何问题,体会到解决平面几何问题可以按以下步骤进行:翻译——代数讨论——翻译,这为本节课的学习奠定了又一基础。

依据学生的认知规律和水平,本课时教学中,先从上节课中设置的两个课后作业进入这节课,然后在例 1 与例 2 之间增加了“随堂练习 1”,在例 2 之后增加了“随堂练习 2”。目的是使学生在解题中形成对相关知识方法的系统认识,同时形成技能。

上节课作业的目的是让学生有“用向量方法解决几何问题”的意识,从而引入这节课。

例 1 的目的是通过学生有意识的用“向量法”解决平面几何问题,总结“向量法”解决平面几何问题的基本步骤(三部曲)。

“随堂练习 1”的目的是为解决这节课的难点做铺垫。预计学生对这道题可能有两种解法,从而引进向量运算的两种形式:几何形式、坐标形式。怎样把几何问题转化为向量问题是向量方法解决平

面几何问题的核心，如果选用向量几何运算法，则解决这一问题的根本是基底的选择与用基底表示相关向量；如果选择向量坐标法，则解决这一问题的根本是坐标系的选择与用坐标表示相关向量。在解这道题时，学优生会顺利的出现预计的某一个思路并顺利完成。中间段学生会理解解题思路，但要完整的表达有困难，需要教师点拨：在已有图形中设一组不共线向量为基底。学困生知道用向量方法但无从下手，教师个别点拨：设$\overrightarrow{OB}$与$\overrightarrow{OC}$为基底。

例 2 的目的是使学生进一步巩固对向量法解决平面几何问题"三部曲"的理解和掌握，同时体会待定系数法是向量法证明平面几何问题的常用方法（待定系数法帮助将一个向量有效的分解在一组基底上）。通过两个例子及练习，使学生体会到向量可以把几何结构代数化，向量及其代数运算可以刻画几何对象以及几何对象间的相对位置，因此可以利用向量工具把平面几何问题转化为向量计算问题。

对"随堂练习 2"，预计学生可能用到两种方法：几何法（较难一些）或坐标法，通过坐标法体现坐标对向量运算的辅助作用：使向量运算更简便（这时平面几何问题转化为向量计算问题）。有的学生也会用直线方程求交点 P 的坐标，从而用图形分割求面积，这样就通过坐标系使平面向量和解析几何联系起来。

将"问题驱动"教学法、讲授法、讨论法等多种教学方法有机结合，并整合多媒体教学手段，组织学生通过自主探究、合作交流完成本课的内容。为了有效实现教学目标，学生要有平面向量运算和分解的简单知识。教师在课前将上课内容用几何画板制成课件，演示例 1 中的矩形如何变成一般的平行四边形，演示例 2 中的 AR、RT、TC 之间的关系，有效突破难点。

例 2 "函数的概念"一节教学设计的学生分析。

学生在初中阶段初步了解了函数的概念，即变量之间的依赖关系。函数现象大量存在于学生现实生活之中，学生已经能把函数看成变量之间的依赖关系，在初中学段能从具体的实例中建立函数关

系，初步了解了函数的概念，具体表现在：

(1) 初中学习了“变量与函数”概念，在变量基础上定义了函数概念，但是有关定义域、值域的内容暂不作要求；

(2) 初中学生会采用“描点法”绘制一次函数、二次函数、反比例函数的图象，对函数的图象有初步的认识；

(3) 学生有一定的自学能力，可以通过自习、小组研究、讨论等形式，理解教科书§1.2.1中的有关内容，比如“区间”的概念、求一个“函数的定义域”、求“函数值”等。

学生在学习本课时可能遇到的困难有：

(1) 不容易认识到函数概念的整体性，而将函数单一地理解为对应关系，甚至认为函数就是函数值。每一个抽象概念的产生与发展总有它的现实或数学理论发展的需要，强调概念产生发展的背景，联系学生原有的认知基础，有利于学生理解抽象概念的内涵。在引入函数概念时，教材选取了生活中的实例：炮弹的高度与时间的关系、南极臭氧空洞面积从1979年到2001年变化的图象、“八五”以来我国城镇居民恩格尔系数变化数据表。在这些背景实例中，教科书在知识的转折点上，都力求提出具有启发性、挑战性的问题，引导学生经历观察、思考、探究、交流、反思的过程，逐步获得对函数概念的理解。

(2) 函数符号“f”是学生难以理解的抽象符号。它的内涵是：“对于定义域中的任意x，在对应关系f的作用下，即可得到y”。在有些问题中，对应关系可用一个解析式表示，但在不少问题中，对应关系不便用或不能用解析式表示，这时就必须有采用其他形式，如图象或表格等。这些是学生不曾了解过的。

基于以上分析，本节课的教学重点是“函数”概念，特别是强调了“对应关系、定义域、值域”是“函数”概念的整体，这是充分考虑到在初中认识函数的基础上，让学生更加全面、准确的理解“函数”概念。

本课教学的难点是体会函数是描述变量之间的依赖关系的重

要数学模型，正确理解函数的概念，尤其是“对应关系、定义域、值域”是一个整体，它们是构成函数的“三要素”。

例 3 “直线和圆的位置关系”一节教学设计的学生分析。

学生是学习的主体，一切教学都要从学生的实际出发。只有对学生情况熟悉，才能做到有的放矢、因材施教，调动学生的积极性。学生具备了学习本节课的知识结构和认知水平。

首先是他们在初中平面几何中已经学习了直线与圆的位置关系，掌握了单纯运用几何方法判断的依据和相关的性质，所以对于用解析法来判断理解起来不会太困难。

其次是在前面又学习了直线方程的各种形式、直线之间的位置关系以及直线之间位置关系的简单应用，接着学习了圆的有关知识——圆的标准方程、圆的一般方程，后来又学习了运用“坐标法”研究直线与圆的位置关系，所以有一定的基础。

但由于本节课涉及代数和几何知识的综合应用，学习中可能会遇到以下困难：

(1) 综合应用中找不到知识间的联系；

(2) 二元二次方程组不能顺利求解；

(3) 不会从多种方法中选择适当的、简便的方法。

故而本节课的教学难点是能否选择较简单的方法来判断直线和圆的位置关系和简单的综合应用。

要解决好这些问题，应注意以下几个方面：

(1) 在讲解中，教师应引导学生适当复习相关知识，比如有效地复习直线方程的几种形式、圆的方程的几种表达式、用配方法确定圆心和半径、点到直线的距离公式等；

(2) 学习中，注重发挥学生间的合作，集思广益、相互学习、相互补充。

为帮助学生更易于理解本节内容，课前将上课内容制成课件，把例题、习题用几何画板制作出来，在课上演示直线与圆的位置关系，以利于学生观察、比较、分析，从而深刻理解知识，牢固掌握

知识。

例 4 “直线的倾斜角和斜率”一节的学生分析。

学生是学习的主人，进行教学设计时应把学生的发展放在首位，并要考虑学生的学习实际，站在学生的角度想一想：学生已有的基础知识是什么，学生在学习中可能遇到什么样的困难，怎样才能帮助学生解决困难。使教学活动位于学生的“现有发展区”，寻找学生的“最近发展区”，有的放矢地备课。

本节课的学习中，学生已有的认知基础是：学生已经学习了一次函数的有关知识，知道一次函数的图象是直线、两点可以确定一条直线等，此外，学生还学习了锐角三角函数的定义，知道在直角坐标系中点可以用有序实数对表示。

对于倾斜角和斜率的概念学生在理解上不会有很大的困难，关键是要强调注意概念中的一些关键字眼。由于三角函数的有关知识是在模块 4 中才学习的，学生在判断随着倾斜角的变化斜率的变化规律时存在困难。因此，直线的斜率与它的倾斜角之间的变化规律是本节课的教学难点。在教学中，可以直接给出倾斜角为钝角时正切值的求法，以及 90°角的正切值不存在这一结论。然后，借助几何画板研究、验证随着倾斜角的变化时斜率的变化规律。对于过两点的直线斜率公式的推导，学生往往对可能的几种情况考虑不全。教学中，应借助几何画板分类观察可能出现的各种情况，帮助学生克服学习中的困难。

例 5 “函数的单调性”一节的学生分析。

通常，教师会从学生已有的知识基础、思维特点去分析，并通过以往的教学反思和学生对常见方法的学习情况的统计分析，设计学习环节，准确地捕捉学生的困惑之处和易错点。

“函数的单调性”是学生升入高中后第一个学期的学习内容，要充分考虑到学生的学习基础，可作以下分析：

1. 分析学生已有的知识基础。在初中学生已经学习过一次函数、二次函数、反比例函数。对函数的性质能进行基本描述，如：描

述一次函数 $y=kx+b(k>0)$ 的图象时表达为图象必经过第一、三象限，而这节课要将它描述为上升即单调递增函数。这节课要用新的语言将上述三个函数的上升、下降现象描述为单调性。在进入高中后，学生又学习到了函数的一般概念，因此这节课又要描述一般函数的单调性的定义。

2. 分析学生的思维特点。尽管学生喜欢独立地思考解决有意义的问题，彰显个性，但学习的联想能力、对知识的描述能力、抽象概括能力欠缺。

经过以上两点思考，教学设计可以首先通过复习函数是描述事物运动变化规律的工具，使学生认识到了解函数的变化规律，就可以基本把握相应事物的变化规律，因此研究函数的性质是非常重要的。在这一环节中，学生感受到研究函数性质是联结前后学习内容的必然任务，因此学习函数的性质是有意义的，同时启发学生理解和掌握由函数图象获取函数性质的方法。然后，通过学生观察具体函数图象"上升、下降"的变化趋势，结合分析图表，理解图象性质的文字描述"随着 x 的增大 y 也在增大，随着 x 的增大 y 反而在减小"。最后在教师提示下，学生将 $f(x)=x^2$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上"随着 x 取值的增大，相应 $f(x)$ 也在增大"这一特征理解为"这个区间内的图象上任意两点满足右边点比左边点高"，然后进一步描述为"在区间 $(0,+\infty)$ 上，任取 x_1、x_2，当 $x_1<x_2$ 时，都有 $x_1^2<x_2^2$ 或 $f(x_1)<f(x_2)$"。由问题与任务的驱动使学生完成着一系列的联想、描述、抽象概括的任务，从而锻炼学生的相关能力。

3. 在教学过程中学生可能会产生的困惑：学生在初中学习的概念中多数是具体的、形象的，上高中后逐步要接触到一些抽象概念，学生在理解时就会有困难。这节课学生的困惑在单调性概念形成中由特殊到一般的过渡，也就是对定义中"任意"的理解。对"任意"一词，学生上高中后已有接触：集合关系中元素是任意的、函数概念中 x 取值是任意的。教学时设置了五次机会使学生思考

这个问题：第一次是在对上升图象的描述中，动点向上运动时形成右边点比左边点高，点是任意的；第二次是学生初步写出形式化定义中反问 x_1、x_2 是否能取特殊值，学生通过举反例否定结论，从而形成认识“x 取值是任意的”；第三次是正式表示为自变量取值“任意”性后，通过观察不同图表数据变化规律，正面验证 x_1、x_2 取值的任意性；第四次是练习 1 的(3)中，从反例角度认识 x 取值的“任意”性；第五次是在练习 1 的(4)中通过思考“为什么定义域内 $y=\frac{1}{x}$ 无单调性”(即不满足任意性)，继续体会“任意性”在单调性定义中的作用。

例 6 “同底数幂的乘法”一节的学生分析。

1. 学生已有的知识基础——有理数的乘方已学过，能说出“底数、指数、幂”的含义，对字母表示数的广泛意义已有初步认识。

2. 从学生的思维特点分析，可能有一部分学生面对引入情境中的问题联想不到乘方的意义，从而无法实现未知向已知的转化。

经过以上两点思考，教学设计可以在情境引入后，将学生置于完全开放的探索环境中，即教师不做任何提示，不帮学生做任何回忆，完全由学生独立解决，对于思考有困难的学生，可借助小组讨论收获知识，感受合作的必要性。稍后再将探索成果展示，给学生提供彰显个性的机会。

3. 在教学过程中学生可能会产生的困惑：由于受思维定势的影响，学生在进行同底数幂的计算时，一是易与数的乘法相混淆，将指数相乘；二是同底数幂的乘法法则容易与合并同类项混淆，这给熟练地应用同底数幂的乘法法则增添了障碍。

克服学生学习障碍的关键是让学生清楚同底数幂运算的意义，明确算理。

例 7 “平行四边形的判别”一节的学生分析。

对学生进行分析的目的是了解学生的已有知识水平、思维特点以及学习状态和习惯等，了解学生的原有知识基础和认知能力是为

了寻找所学新知识与学生已有知识结构的生长点，为学生的学习制定适宜的教学策略。任何教学活动都应以满足学生的学习需要为出发点和落脚点，为学生的学习活动服务，以引导、促进学生高效学习。

学生已经具备了初步的观察、操作等活动经验，具备合情推理的意识。学习了“图形的平移和旋转、轴对称”三种图形变换的知识，可以通过度量、判断、图形变换等合情推理探索平行四边形的判别方法；学生已经学习了“平行线的特征”和“探索直线平行的条件”，学习了“三角形全等”的知识，还可以用逻辑推理探索平行四边形的判别方法。

从学生的思维特点分析，八年级的学生喜欢独立地思考解决问题。本节课的难度设置，充分考虑到了学生思维的最近发展区域，多次开放而富有挑战的问题情境，将学生的思维激活，基础较好的学生可以通过快速的思考创造性地解决问题，而对于思考有困难的同学，则可借助小组讨论收获知识，感受合作的必要性。

根据以往的教学经验，在学习过程中学生可能会将平行四边形的性质与判别混淆，可以通过寻求反例来教给学生解决这类问题的方法。有的学生可能会不善于运用“两条对角线互相平分的四边形是平行四边形”这一判别方法，或者说不能灵活使用判别方法，在教学中将利用习题的变式进行强化训练。

例 8 “近似数和有效数字”一节的学生分析。

由于在七年级上册中已经培养了学生的预习习惯，在七年级下册中学生已基本上掌握了预习应达到的目标，因此在这节课前，学生会主动地采集树叶或小组分工把自己原有的树叶标本带来并进行度量，在度量中他们能将自己的测量结果记录下来并求出这些数的平均值，认为这样得到的测量数值是准确而又合理的，这是常规的经验主义，产生定向思维。在本节课的学习中学生有可能会遇到的困惑是：为什么要采用不同的度量工具？为什么相同的工具也会出现不同的结果？为什么同一事件在不同的场合描述可能不相同？

产生这些困惑的原因主要是经验主义和定向思维的影响，学生不能认识到差别产生的原因。在这种情况下，首先让一个学生采用不同的度量工具量同一个物体看得到的结果如何；其次让同一个组的学生进行反复测量，并反思得到的结果，在学生说理的基础上，教师有针对性地讲解，并举例说明不同结果之间差异的原因，以及在实际问题中，同一个问题为什么有不同描述的理由。对不同程度的学生，可以采用不同的问题，使学生在实际中真正掌握这些知识及处理问题的方法。

第四节　确定课堂教学目标

明确的教学目标是高质量教学的必要条件。教学目标的制定是否准确清晰，直接影响教学环节的设计和实施，制约教学活动的展开，并最终影响教学目标的达成。明确的教学目标是课堂教学的出发点和归宿，同时也是课堂教学评价的有效依据。

一、确定教学目标的依据

确定教学目标是每一位教师要面对的问题，不论是确定单元教学目标还是课时教学目标，应该保持与课程目标的一致性。《数学课程标准》中的“课程目标”是数学教学的整体目标，学段目标之间具有统一性和层次性，即内容标准中的每一个目标都可以分解为四维目标。应设计出达成过程性目标的教学环节，以保证课程目标的完整性。应在分析教材和学生的基础上，从课程目标中分解出单元目标和课时目标。确定的过程应该考虑教科书提供的内容及其所能训练的数学能力体系，更应该考虑学生的状况，学生也是设计目标的主要依据之一。课堂教学活动的主体是学生，确定教学目标时必须充分了解学生，准确掌握学生的心理动态和认知水平，尤其要紧紧围绕有利于学生终身发展而设定目标。

二、确定教学目标的原则

（一）主体性原则

《数学课程标准》指出，“学生是数学学习的主人”，数学课程“其基本出发点是促进学生全面、持续、和谐的发展”。课堂教学是实现课程目标的主要方式，课堂教学的主体是学生，教师的职责就是引导学生主动学习、探究学习、合作学习，实现学生的终身发展。因此，在课堂教学目标设计中要体现学生的主体地位，即在教学目标的陈述中，主语应该是学生。

（二）生成性原则

通过课堂教学，学生在知识、能力、情感上都有一定的变化，这种变化是课堂教学的初衷，也是有效课堂教学所期待的结果，在教学设计的教学目标中应具体陈述。在进行课堂教学的设计时，要将这种变化清晰地表达出来，使课堂教学的参与者心中有数，使课堂教学活动有的放矢，使学生通过课堂教学活动真正实现预期的变化，提高课堂教学的效度。

（三）全面性原则

教学目标设计应该涵盖三个领域：知识与技能、过程与方法、情感态度与价值观。知识是指事实、概念、原理、规律等；技能是指动作技能以及观察、阅读、计算、调查等技能；过程与方法是指认知的过程和方法、科学探究的过程和方法、认知过程中人际交往的过程和方法，特别强调在过程中获得和应用知识，学习和运用方法；情感态度与价值观，一般包括对己、对人、对自然及其相互关系的情感、态度、价值判断以及做事应具有的科学态度和科学精神。因此，在确定教学目标的内容和范围时，一定要全面考虑上述三个领域，不可有所偏废。当然，在每节课中，教学目标应有不同的侧重点。全面性的另一方面是指教学目标设计的对象范围要面向全体学生，通过教学活动使每位学生都有所发展。这就要求教学目标的设计要

有层次性，做到一般目标和个别目标相结合。一般目标是每一位学生都应当达到的最基本的目标；个别目标是在一般目标的基础上，根据学生个人的原有经验和知识基础，不同的志趣、能力倾向和发展方向确定的适合学生个人特点的目标。

例如，“字母能表示什么”一节的教学目标可设计如下。

知识与技能目标：

1. 学生能从具体情境中探索出规律并能用字母及代数式表示；

2. 学生能够用字母及代数式表示已学过的运算定律、计算公式和法则等。

过程与方法目标：

1. 学生经历从具体情境中抽象出数学规律并用字母表示数的探索过程，即经历由具体到抽象、由特殊到一般的思维过程；

2. 学生能对具体情境中的数学信息作出初步的解释和推断，能用字母及代数式刻画简单的数量间的关系。

情感态度价值观目标：

学生通过参与探索新知的过程，体验数、字母与符号是有效地描述现实世界的重要手段，敢于面对数学活动中的困难，体会与他人合作交流的重要性，建立学好数学的自信心。

（四）层次性原则

教师在制定教学目标时既要有统一要求，又要区别对待。首先要明确《数学课程标准》的层次要求（了解、理解、掌握、灵活运用），同时要针对不同层次的学生制定不同的学习目标。目标的最低层要求学生必须达到最基本的教学目标；对学有余力的学生，则在他们达到目标的高限后，专门制定横向拓宽的目标，促使他们脱颖而出。教师在教学设计时要探讨不同水平的学生学习数学的思维规律，使制定的目标符合学生实际和《数学课程标准》要求。

例如，在“认识百万分之一”这节教学中，可设计如下分层目标。

知识目标：

1. 学生能借助自己熟悉的事物，从不同角度对百万分之一进行

感受，发展学生的数感。

2. 学生能用科学记数法表示百万分之一等较小的数据。

3. 学生能借助科学计算器进行有关科学记数法的计算。

能力目标：

学生通过对实际生活中熟悉事物所涉及的数据的估计、比较及观察和动手操作测量等过程，进一步体验、感受较小的数，增强数感及对数的正确解释能力和运用能力。

情感目标：

体验“数”的无处不在，让每个学生在相互交流中感受生活中的数学，促进学生养成善于观察周围现实世界的良好习惯。

三、制定教学目标的方法

确定切实可行的课堂教学目标是对一堂数学课教学结果的预先设定，它是单元教学目标的进一步分解，是教学的出发点，也是教学的归宿。教师制定课堂教学目标时应注意目标内容的具体性、可操作性、可测性和目标设计的灵活性。

首先要明确《数学课程标准》中对相关内容的基本要求，弄清楚相关内容在知识结构体系中的地位和作用，然后结合学生的实际情况和具体的教学内容，将课程目标具体化为课堂教学目标，从知识与技能、过程与方法、情感态度与价值观三个方面进行阐述。

确定教学目标时，清晰明确的表述是很重要的一步。我们认为课堂教学目标要具体、明确地描述学生学习后的行为或情感变化。

主体：课堂教学的主体是学生，在教学目标的陈述中也要体现学生的主体地位。有时，虽然省略了主语，但学生的主体地位应能够体现。

陈述：教学目标要用显性的、具体的、可操作的行为形式来陈述，应能够明确地体现教学过程结束后学生在知识、能力、情感态度等方面所发生的变化或所受到的影响。如，可以使用类似于：通过

本节课的学习，学生“能……”、“会……”、“提高……”、“养成……”等陈述方式。这样既便于学生课前明确学习目标、任务，课后清楚自己的学习目标实现情况，也便于教师准确把握教学任务、有效控制教学流程、准确评估教学活动效果。

教什么和达到什么程度是数学教学设计的核心问题之一。数学课堂教学目标可以按照知识与技能、过程与方法、情感态度与价值观这三个维度进行设计。

知识与技能指的是数学基础知识和基本技能，主要包括数学概念、数学原理（定理、性质、公式、法则）、基本数学事实这样一些用于回答“是什么”问题的陈述性知识；涉及数学知识的应用、数学的操作性技能，用于回答“做什么”和“怎么做”问题的程序性知识。知识与技能目标的要求分为了解、理解、掌握、综合运用四个层次。

过程与方法的内容是：通过数学学习过程，把握数学思想方法，形成数学能力，发展数学思维和数学意识（如应用意识、化归意识），提高问题解决能力。

数学情感是指在数学活动中比较稳定的情感体验。数学态度是指对数学活动、数学对象的心理倾向或立场，表现为对数学学习的兴趣、爱好、看法、立场等。这一维度的目标内容还包括宏观的价值观和数学审美观。

下面是几个教学设计中确定教学目标的例子。

例 1　“平面几何中的向量方法”一节教学目标的确定。

本节课依据《普通高中数学课程标准》的要求，目的是经历用向量方法解决一些简单的平面几何问题，体会向量是一种处理几何问题的工具，通过向量运算发展学生的运算能力。

用向量方法解决平面几何问题的“三部曲”：

① 平面几何问题转化为向量问题→由形到向量；

② 通过向量运算解决几何元素问题→向量运算；

③ 把向量结果转化为几何结果→由向量、数到形。

因此，将这些要求具体化确定为以下的教学目标。

【知识与技能】

(1) 学生经历用向量方法解决一些简单的平面几何问题的过程，体会向量是一种处理几何问题的工具。

(2) 学生通过对解题方法的整合，掌握用向量方法解决平面几何的基本方法。

(3) 学生能适当选择向量方法的两种形式：几何法和坐标法，解决平面几何的相关问题，几何法要学会将一个向量表示在合适的基底上，坐标法要学会坐标的对应转换，准确计算。

(4) 学生通过学习向量运算，提高运算能力。

【过程与方法】

师生共同探讨，通过设计一系列阶梯型题目，由浅入深，由易而难，由熟悉问题到陌生问题，引起学生学习的兴趣与探究的热情，并达到突出重点和突破难点的目的。在此过程中体会数形结合思想和化归思想；通过两例题的解题提示“先猜后证”，体会数学解题中猜想的作用；通过经历猜想过程，体会“由特殊到一般”的思想在解题中的作用；学生通过对“课后思考”的思考，体会类比思想在数学学习中的重要作用。

【情感、态度与价值观】

学生通过学习，体验“数形结合”的数学思想，提高通过“形”与“数”相互转化解决问题的能力。感受用向量法解决平面几何问题的全过程，体验向量在解决问题中的价值和作用。

例 2 “函数的概念”一节教学目标的确定。

《数学课程标准》对本节的要求如下：

通过丰富实例，进一步体会函数是描述变量之间依赖关系的重要数学模型，并在此基础上用集合与对应的语言来刻画函数，体会对应关系在刻画函数概念中的作用；了解构成函数的三要素，会求一些简单函数的定义域和值域；了解映射的概念。

函数概念含有三个要素：定义域 A，值域 C 和对应关系 f，其中

的核心是对应关系 f,它是函数关系的本质特征。"$y = f(x)$"的意义是:y 等于 x 在关系 f 下的对应值,而 f 是"对应"得以实现的方法和途径,是联系 x 与 y 的纽带和桥梁。"$y = f(x)$"是函数符号,并非表示"y 等于 f 与 x 的乘积"。$f(x)$ 也不一定是解析式,在研究函数时,除用符号 $f(x)$ 外,还常用"$g(x)$"、"$F(x)$"、"$G(x)$"等符号来表示。

函数概念的三个要素:定义域、值域和对应关系是构成函数的成分,其中的核心是对应关系 f。函数的定义域是自变量的取值范围,它是构成函数的一个不可缺少的组成部分,当函数的定义域及从定义域到值域的对应法则完全确定之后,函数的值域也随之确定了。

按照这个目标,将本节课的教学目标定位如下。

【知识与技能】

(1) 通过丰富的实例,学生建立起函数概念的背景,体会和感悟函数是描述变量之间依赖关系的数学模型,提高分析问题、解决问题的能力。

(2) 学生能用集合与对应的语言来刻画函数的定义,并体会对应关系在刻画函数中的作用,了解构成函数的三个要素,理解"两个函数相同当且仅当它们的定义域、对应法则相同"。

(3) 会求一次函数、二次函数、反比例函数等简单函数的定义域及值域,并能把结果用不等式、集合或区间来表示。

【过程与方法】

在丰富的实例中,通过对关键词的强调与引导,使学生能够发现、概括出它们的共同特征,提高分析、判断、抽象、归纳概括的逻辑思维能力,建立联系、对应、转化的辩证思想,强化"形"与"数"结合并相互转化的数学思想和方法。

【情感、态度与价值观】

通过本节课的学习,逐步感受和理解数学思想和文化,提高观察、分析、探求的兴趣和热情;强化学生的参与意识与严谨的学习态

度，使之获得积极的情感体验；体会在探究过程中由特殊到一般、从具体到抽象、运动变化、相互联系、相互制约、相互转化的辩证唯物主义观点；感受数学的简洁美、对称美、数与形的和谐统一美；树立“数学源于实践，又服务于实践”的数学应用意识。

例 3 “直线的倾斜角和斜率”一节教学目标的确定。

《普通高中数学课程标准》对本节的要求为：理解直线的倾斜角和斜率的概念，掌握过两点的直线的斜率计算公式。应让学生明确倾斜角是确定直线位置的几何要素，是直线的倾斜程度的几何表示，而斜率是直线的倾斜程度的代数表示，明确其学习必要性。对于经过两点的直线的斜率公式，应让学生在理解的基础上进行运用和计算。因此本节课的知识与技能目标确定如下：

【知识与技能】

(1) 能够指出确定直线位置的几何要素是点和倾斜角，会根据具体直线正确找出直线的倾斜角，知道倾斜角的取值范围。

(2) 能说出什么是直线的斜率，知道直线的倾斜角和斜率之间的关系，明确倾斜角和斜率分别是刻画直线倾斜程度的几何表示与代数表示。

(3) 会用经过两点的直线的斜率公式进行相关计算。

(4) 感受是如何将坐标平面内的图形进行量化和代数化的，体会解析几何的基本思想。

《普通高中数学课程标准》中指出：让学生探索确定直线位置的几何要素，经历用代数方法刻画直线倾斜程度的过程。因此本节课的过程与方法目标如下：

【过程与方法】

让学生在探索过程中获得新知并提高能力。初步感受坐标法，在探究过程中体会数形结合的思想。

《普通高中数学课程标准》中指出：让学生逐步认识数学的科学价值，崇尚数学的理性精神，树立学好数学的信心，形成锲而不舍的钻研精神和科学态度。因而可确定如下的情感目标：

【情感、态度与价值观】

让学生在探究、发现过程中体会成功的喜悦。提高学习兴趣，学会从不同的角度去分析问题，能正确地认识客观世界。

例 4 “指数函数”一节教学目标的确定。

《数学课程标准》对本节课的要求是：

(1) 通过具体函数(如细胞的分裂，考古中所用^{14}C的衰减，药物在人体内残留量的变化等)，了解指数函数模型的实际背景。

(2) 理解指数函数的概念和意义，能借助计算器或计算机画出具体指数函数的图象，探索并理解指数函数的单调性和特殊点。

对于课标第一条目标中的三种实例，考虑到“衰减”一词专业性太强，学生不易理解，所以在引例中没有采用；第二条目标中，要求“能借助计算器或计算机”，由于条件尚不成熟，所以教学中采用课件演示形式完成。故本节课确定以下的教学目标：

【知识与技能】

(1) 学生通过对指数函数模型实际背景的认知，体会和感受数学与现实生活、其他学科的联系。

(2) 能用自己的语言表述指数函数的概念和意义，能画出具体指数函数的图象，通过探索归纳出指数函数的单调性和特殊点。

(3) 能利用指数函数的性质解答简单的相关问题。

【过程与方法】

学生通过观察、分析、思考、总结、抽象、归纳等，体会知识的产生、发现、演绎过程，如特殊到一般的过程、数形结合的方法等，培养良好的思维能力、科学和理性的数学精神。

【情感、态度与价值观】

学生在观察、分析、比较、归纳和概括的活动中，养成良好的思维习惯、科学的学习精神、合作意识和集体精神，体会辩证唯物主义思想，提高学习数学的热情。

例 5 “同底数幂的乘法”一节教学目标的确定。

要进行简单的整式乘法运算(本节课是进行同底数幂的乘法运

算），就必须熟记同底数幂的运算法则，而理解是记忆的基础，因此学生首先要理解同底数幂运算的意义，要理解同底数幂运算的意义，就必须明确什么是幂，“底数、指数、幂”的含义是什么，只有清楚了同底数幂乘法法则的意义，才有可能实现正确、熟练地运用同底数幂乘法法则进行计算。从而确定本节课的知识目标为：

（1）能够解释法则中“底数不变、指数相加”的意义。

（2）熟记同底数幂的乘法法则。

（3）能熟练地应用同底数幂乘法法则进行计算。

在本节课教学中应让学生在具体的情境中弄清楚同底数幂乘法法则产生的过程，提高学生观察、发现、归纳的能力。所以本节课的能力目标确定为：

在同底数幂乘法法则的推导过程中，提高观察、发现、归纳、概括的抽象思维能力和数学语言的表达能力。

本节课在观察、发现、归纳同底数幂的乘法法则的过程中，应激发学生学习数学的兴趣，培养学生科学的思维习惯和积极的学习态度。所以本节课的情感目标确定为：

通过同底数幂乘法法则的推导和应用，养成科学的思维习惯和积极的学习态度。

第五节　教学流程设计中的几个关键环节

一、情境导入

教学是一门科学，同时也是一门艺术。生动的教学语言、巧妙的教学设计、有序的教学结构、精湛的教学技巧，无不闪烁着教学的艺术光辉。教师可以通过教学的艺术感染力来唤起学生的求知欲望，鼓舞学生的学习信心。而成功的课堂教学情境的创设，正是教

学艺术的集中体现。

教学需要情境,数学教学活动必须以一定的素材为载体。因而选择恰当的教学情境就成为教学活动设计的一个重要环节。情境就其广义来讲,是指作用于学习主体,产生一定的情感反应的客观环境。创设教学情境,就是在教学过程中,教师出于激发学生兴趣、引发学生思考、帮助学生构建知识之间的联系、吸引学生的注意力,并为教学目的达成创造有利条件,依据一定的教学内容,创造出师生情感、欲望、求知探索精神高度统一的、融洽和步调一致的情绪氛围。创设"问题情境"就是在教材内容和学习求知心理之间制造一种"不协调",把学生引入一种与问题有关的情境的过程。

情境对于课堂教学起着很重要的影响和作用。苏联教育家赞科夫认为,"智力活动是在情绪高涨的气氛里进行的。""这种气氛会给教学带来好处,同时也有助于完成教育任务。"苏霍姆林斯基也指出:"学习愿望的源泉——就在儿童脑力劳动的特点本身,在于思维的感情色彩,在于智力感受。""所谓课上得有趣,这就是说:学生带着一种高涨的、激动的情绪从事学习和思考,对面前展示的真理感到惊奇甚至震惊;学生在学习中意识或感觉到自己的智慧力量,体验到创造的欢乐,为人的智慧和意志的伟大而感到骄傲。"可见,教学情境的创设既是教学本身的需要,也是评价一堂课上得好坏的重要标准。

创设问题情境的原则是:现实性、趣味性、科学性和问题性

在教学设计中,教师应该根据学生认知水平、心理特点、学习方式等巧妙设计教学活动。不仅要在内容上有所取舍,形式上有所变通,更要把问题作为教学过程的出发点。教学情境的创设方法有很多,如过时导入法、媒体影像导入法、操作实验法、问题讨论法、复习回忆导入法、设置疑问导入法等等。

(1) 以旧引新创设情境

教师上课伊始就提出新知识、新概念,会给学生以突兀之感,难以激发学生的学习热情。反之,在新旧知识的衔接点上作文章,启

发学生运用旧知识来思考新问题，从而在不知不觉中从旧知识的复习转入新知识的研究学习，有利于学生学习主动性和积极性的发挥。

(2) 构思趣题创设情境

一些带有趣味性的实际问题经常会引起学生的兴趣，把学生带入研究发现的状态中。这类问题构思巧妙、紧扣教材，既让学生动一番脑筋，又能让学生"跳一跳能摘到桃子"，对提高课堂教学效率能起到事半功倍的效果。

(3) 设置疑问创设情境

孔子曰："不愤不启，不悱不发"。教学中，教师可以利用问题的可变通性制造悬念，创造出一个"愤"(心欲知而未知)"悱"(口欲言而未言)的情境，激起学生的认知冲突，并将这种冲突转变成为探究知识的强烈愿望。

创设问题情境的途径还有：(1)对学生现实生活的挖掘；(2)以数学典故、史实创设情境，激发情趣；(3)以数学知识的产生、发展过程创设情境，引导学生进行探索；(4)以数学知识的现实背景创设问题情境，使学生体会数学的价值；(5)以数学悬念来创设情境，吸引学生的注意力；(6)以数学活动和数学实验创设情境，让学生体会"做数学"的无穷乐趣。

下面是一些情境导入的实例。

例 1 "平面几何中的向量"的导入设计。

谈话引入：

向量概念有明确的物理背景和几何背景，它是从物理背景和几何背景中抽象而来的。因此，运用向量可以解决一些物理和几何问题。本节课主要解决向量方法在平面几何中的运用。

设计说明：

言简意赅，自然地引出本节课研究的课题，让学生通过回忆向量概念，了解本节课要研究的主要内容，明确学习目标，并很快随着老师的话题进入相关内容的思考状态。

例 2　“函数的概念”的导入设计。

问题情境引入：

阅读材料(幻灯片)，回答问题。

一枚炮弹发射后，经过 26 s 落到地面击中目标。炮弹的射高为 845 m，炮弹距地面的高度 h 随时间 t 变化的规律是 $h = 130t - 5t^2$。

(1) 这个实例中的变量有哪些？

(2) 它们之间的对应(依赖)关系是怎样表现的？

(3) 填表：

飞行时间	1 s	5 s	10 s	20 s
距地面高度				

(4) 时间 t 的取值范围(定义域)：________。

(5) 飞行高度 h 的取值范围(值域)：________。

(6) 设炮弹的飞行时间 t 的变化范围是数集 A，炮弹距地面高度 h 的变化范围是数集 B。对于________中的每一个时间 t，按照对应关系，都有________中的唯一确定的距地面高度 h 和它________。

设计说明：

这是一个“导入”的材料，以“设问”的形式出现，主要作用是容易引起学生的注意，并引发学生思考(主体参与)。学生通过循序渐进的完成任务(过程与体验)，有助于抽象出“函数的概念”。这样的导入设计，让学生在思考中进入研究探索的状态。

例 3　“对数函数及其性质”的导入设计。

问题引入：

问题 1：回忆指数函数的研究过程以及指数函数的性质。

问题 2：课本 § 2.2.1“对数与对数运算”中的例 6 得出生物死亡年数 t 与其体内每克组织的碳 14 含量 P 之间有如下关系：$t = \log_{\sqrt[5730]{\frac{1}{2}}} P$。利用计算器计算当 P=0.8、0.4、0.1、0.01 时 t 的值，并

判断 t 是否为 P 的函数。

设计说明：

本节课的导入，以问题为引领，将学生的思维引向本节课研究的内容。问题1通过复习指数函数的有关性质，让学生熟悉函数性质研究的内容，熟练函数性质研究的一般方法——借助图象研究性质。问题2通过设置问题情境引出对数函数的定义，让学生熟悉对数函数的实际背景，初步感受对数函数是刻画现实世界的又一重要数学模型，让学生体会到数学来源于生活又服务于生活。这样的设计导入，建立了新旧知识之间的联系，引发学生的思考，同时也激发了学生积极探索、深入思考的兴趣。

例4 "分式方程的解法"的导入设计。

直接引入：

师：上节课同学们经历了从实际问题中抽象概括分式方程的过程，从而认识了分式方程。那么如何解分式方程呢？我们用"提出问题——合作探究——解决问题"的方式展开本节课的学习，请同学们思考以下问题：

你能设法求出方程$\frac{9000}{x}=\frac{15\ 000}{x+3000}$的解吗？

设计说明：

这个问题是教材中开门见山提出的，也是上节课同学们从实际问题中抽象出的第一个分式方程。这种简单明了的导入方式，既让学生明确了本节课的学习方式和学习目标，也借助前一节课熟悉的内容，直截了当地切入主题，顺利进入本节课的学习，激发学生的求知欲望和探究热情。

二、教学活动及问题的设计

建构主义理论认为，学生的学习过程是一个认知过程，是新的学习内容与原有的相应认知结构相互作用，形成新的认知结构的过程。学生是认知的主体，学生的学习是建构性的，教师不是为学生

提供问题解决的现成知识，而是根据学生的需要提供“援助”和搭建“脚手架”，为学生提供必要的信息和素材。

在设计教学活动时，教师要充分分析学生，关注学生是怎样学的，预设他们解决问题会有哪些不同的方式和途径，可能会出现哪些结果，产生这些不同情形的原因有哪些，学生在解决问题的过程中可能会遇到什么困难，我怎样给学生提供必要的帮助。为把课堂还给学生，教师应更多地以平等的身份和学生进行讨论、交流，作为学习的同伴共同进行有意义的建构，对问题提出自己的看法，并对学生的观点作出分析与评价，真正成为学生学习的合作者、指导者和组织者。

让学生经历概念的形成过程，经历定理、公理、法则等规律的发现过程，经历例题、习题的探索过程。教学时给学生足够的探索时间和空间，教会学生反思，启发学生反思，优化学生的思维品质。在这样的过程中，学生不仅充分的认识、掌握了数学的基础知识和基本技能，同时发展了各种数学能力，形成了数学的思维方式，也培养了良好的理性精神，即达成了三维的教学目标。

叶澜教授曾经指出：“把课堂还给学生，让课堂充满生命的气息。”我们就是要通过教学设计来构建全新的课堂教学，真正将目光集中到促进学生发展的焦点上来，真正实现教学“以人为本”的追求，让每一个学生在原有基础上都获得进步和发展。

然而，教材只是提供了学生学习活动的基本线索，师生的课堂活动需要设计。教学设计中，教师应根据学生实际，充分发挥自己的主观能动性，创造性地使用教材，积极开发、利用各种教学资源，为学生提供丰富多彩的学习素材，结合教学内容和学生实际，设计能够激发学生深度思维的教学活动。

问题是数学教学活动的源泉，是思维的起点。学生的问题意识表现在对问题的发现、探究、解决、交流和反思。教师在情景中设计问题，激发学生去探索问题，在探索中解决问题，在解决问题中引发更深的问题。

课堂提问是组织教学活动的有效手段之一，也是教学过程的一个重要环节。它不但可以用来组织教学，反馈教学信息，而且对于培养学生的思维能力、创造精神大有益处。课堂提问的重要性是不言而喻的，提问不是一件简单的事，所提问题并不是教师随意想到的主观问题，而是围绕教学目标设计的若干有关的重要问题。要考虑所提出的问题是否符合学生认知结构的特点，只有从学生的认知能力和技能结构出发才能有的放矢地提出问题，让学生对所提的问题有所思考才能引导学生积极思维。提的问题要明确具体，才能为学生指明思维的方向，开启学生的心灵，增长学生的智力，诊断学生遇到的学习障碍，启迪学生发挥想象力和创造力。因此，问题设计是否得法，将直接影响课堂教学的效果。只有教师深入钻研教材，具备丰富的专业知识，能居高临下的分析教材，同时对学生获得知识时具有的心理特点、认知规律有科学地认识，才能提出有数学思维价值的问题。恰当的问题，能激活学生的思维，有逻辑顺序的问题串有助于有效地组织课堂教学。

问题的设计要符合学生实际和课堂教学内容，有效的数学问题是在学生的最近发展区之内提出的，能激活学生的思维，促进学生思考问题；有效的数学问题是任务型的，具有驱动力，能使学生在问题的驱动、引导下进行自觉的思考。

有效的问题是清晰、连贯，有层次性、启发性的，要难易适度，顾及不同层次的学生，让他们“跳起来能够摘到桃子”。教师在设置问题时应设法让学生能够质疑，从而培养学生善于发现问题、提出问题、分析问题、解决问题的能力。学生在问题的引领下，思维品质得到较大的提高。

有效的提问意味着教师提出问题后能给学生恰当的时间思考问题，能给学生独立思考问题的机会，能让学生充分表达对问题的见解。

教师设计的问题应具有开放性，应设在关键处，如知识形成过程的关键点，运用数学思想方法产生解决问题策略的关节点，数学

知识之间联系的联结点，数学问题形成的发散点，学生思维的最近发展区等等，并让学生有一定的思考空间。

有效的提问设计一般有如下特点：问题具有一定的开放性，问题保持一定的难度，提问后留出足够的时间等待，所有的学生都参与提问或对提问回应，教师能耐心地倾听学生的回答。

学生在发现和解决问题的过程中得到了成功的快乐，就会产生继续学习的一种动力，知识保留在头脑中不会忘记。所以，要有意识地将所要学习的理论知识与学生已有的生活、学习经验联系起来，从教材的系统性入手巧妙设计问题。

问题反思意识的培养应引导学生对问题的特征和实质进行多层次、多角度、多侧面的发散思考和联想，启发学生进行思维的重新整理与总结，以达到认识的深化，在反思中发现新问题，让学生敢于质疑，善于求异，激励学生不畏师、不唯师、不盲从。

下面，是几个教学设计中问题设计的例子。

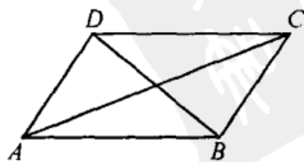
例 1 “平面几何中的向量方法”的问题设计。

问题 1：联系我们已经学习过的平面几何中的解析法，试说明什么是平面几何中的向量方法？猜想用向量方法研究几何问题有哪些步骤？

【设计意图】 类比综合法、解析法，让学生自然地体会平面几何中向量方法的意义，建立相关知识间的联系。通过猜想，激发学生学习的好奇心和求知欲，推动问题的进一步探究。

师生活动：学生类比平面几何中的解析法和综合法，能够很快明确什么是平面几何中的向量方法。对于向量方法研究几何问题的步骤可让学生各抒己见，让他们通过后面的研究来判断自己的猜想正确与否。

问题 2：平行四边形是表示向量加法与减法的几何模型。如图，$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$，$\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}$。你能发现平行四边形对角线的长度与两条邻边长度之间的关



系吗？

【设计意图】 通过具体问题的分析，让学生初步感受用向量方法解决平面几何问题的基本思路。让学生明确对于具有一定开放性的问题，可先根据特例探索猜想出某些结论，然后再通过严格的逻辑推理证明猜想的正确性。

师生活动：对于有困难的同学，教师可作如下引导：

(1) 长方形对角线的长度与两条邻边长度之间有何关系？平行四边形是否也满足这一关系？

(2) 如何用向量方法表示问题中涉及的几何量？

(3) 向量的模有哪些计算方法？

(4) 根据你的分析寻找图形中相关向量的模之间满足的关系。

利用实物投影仪展示学生的求解情况，并让学生讲解其求解方法。

问题 3：由问题 2 你能总结一下利用向量法解决平面几何问题的基本思路吗？它与解析法解决几何问题的“三部曲”有何不同？

【设计意图】 通过具体问题的求解，归纳概括出向量法解决几何问题的基本思路。培养学生从具体到抽象和从特殊到一般分析问题的能力，训练学生观察和概括归纳的能力。

师生活动：学生思考、交流、讨论，教师对学生的回答进行归纳总结，得出用向量方法解决平面几何问题的“三部曲”：

(1) 建立平面几何与向量的联系，用向量表示问题中涉及的几何元素，将平面几何问题转化为向量问题；

(2) 通过向量运算，研究几何元素之间的关系，如距离、夹角等问题；

(3) 把运算结果“翻译”成几何关系。

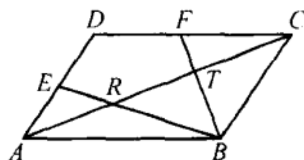
问题 4：试用综合方法和解析方法证明问题 2 中得到的结论，并对三种方法进行比较。

【设计意图】 让学生熟悉解决平面几何问题的各种方法，培养学生从多种角度解决问题的能力。通过一题多解的练习，让学生体

会数学的多变性和灵活性，体会不同解法间的区别。

师生活动：学生思考、交流、讨论，在教师的指导下各自解题。

问题5：如图，▱$ABCD$中，点E、F分别是AD、DC边的中点，BE、BF分别与AC交于R、T两点，你能发现AR、RT、TC之间的关系吗？



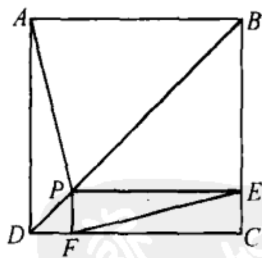
【设计意图】 让学生更加准确地把握向量方法解决平面几何问题的“三部曲”，明确待定系数法是用向量方法解决几何问题的常用方法。

师生活动：首先利用信息技术工具，在几何画板中画出平行四边形，拖动平行四边形的顶点，观察、探索、发现AR、RT、TC之间的关系。在用向量方法解决该问题时，学生在第二步进行向量运算时可能存在问题，教师可通过引导的方式与学生共同完成。在教学过程中有的学生会用平面几何的方法，利用三角形相似得出结果，应鼓励学生一题多解。

问题6：试用向量坐标法解决如下问题：如图，四边形$ABCD$是正方形，P是对角线BD上一点，四边形$PECF$是矩形。

证明：(1) $PA = EF$；

(2) $PA \perp EF$。



【设计意图】 让学生体会向量的坐标法也是用向量处理几何问题的常用方法，培养学生的运算能力和解决问题的能力。

师生活动：学生根据图形特点，选择恰当的坐标系，然后进行相关的坐标运算。最后，教师用信息技术展示解题过程。

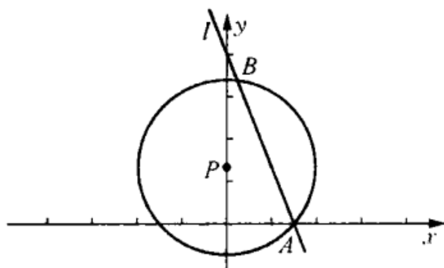
设计说明：

本节课的教学设计采用问题串的形式，通过提出问题、思考问题、解决问题等，让学生经历了由具体到抽象、由特殊到一般、先猜想后论证等数学思维的过程。在此过程中让学生体会向量在处理

几何问题中的优越性，将新的知识纳入学生已有的知识结构中，并在运用新知识解决相关问题的过程中深化对知识的理解，体会数学模型化思想，激发学生学习数学的兴趣，提高学生解决问题的能力。

例 2 “直线和圆的位置关系”中的问题设计。

问题：如图，已知直线 $l:3x+y-6=0$，圆心为 P 的圆 $C:x^2+y^2-2y-4=0$，判断直线 l 与圆 C 的位置关系；如果相交，求它们交点的坐标。



探索方式：

(1) 学生动手、动脑，独立思考、猜想直线 l 与圆的位置关系；

(2) 集体交流，说说自己的想法和思路、判断根据。交流中教师一定要肯定学生的不同见解，鼓励学生大胆猜想，踊跃发言；

(3) 师生共同总结思路、方法、依据；

(4) 书写过程，让两位学生板演两种不同解法，其余参与评价；

(5) 用几何画板给出用解析法判断直线 l 与圆的位置关系的基本方法。

结合例题让学生归纳概括解决问题的思路、方法和步骤。

方法一(解析法)：

学生在下面书写，完成后让学生相互纠正、完善和补充，规范书写过程。

直线 $l:Ax+By+C=0$ 与圆 $C:x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$ 的位置关系由方程组

$$\begin{cases}Ax+By+C=0,\\ x^2+y^2+Dx+Ey+F=0\end{cases}$$的解的个数决定：

① 一个解⇔直线 l 与圆相切；

② 两个解⇔直线 l 与圆相交；

③ 无解⇔直线 l 与圆相离。

方法二(几何法与解析法结合)：

直线 $l: Ax+By+C=0$ 与圆 $C: (x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ 的位置关系，由圆心 $C(a, b)$ 到直线 l 的距离 $d=\frac{|Aa+Bb+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$ 和 r 的大小关系确定：

① $d=r\Leftrightarrow$ 直线 l 与圆相切；

② $d<r\Leftrightarrow$ 直线 l 与圆相交；

③ $d>r\Leftrightarrow$ 直线 l 与圆相离。

设计说明：

该探索活动的设计，目的是让学生参与学习活动，理解直线和圆的位置关系如何通过数量关系来反映，即本章的核心之一"用代数的方法研究几何图形的性质"，让学生经历和体验知识的产生、发现和解决过程，养成严谨、科学的学习态度。在知识学习上让学生掌握直线和圆的位置关系的两种判断方法，体会用代数方法研究几何问题的数学思想，提高学生运用知识分析解决问题的能力。

例 3 "探索三角形相似的条件"的问题设计。

以下是某教师引导学生探索三角形相似的条件的课堂实录：

问题：如果两个三角形有一个内角对应相等，那么这两个三角形是否相似？能举例说明吗？

师：同学们在摇头啊，相似吗？（学生沉默）如果判断命题是错误的只要举出一个反例。来，举个反例。（不少同学果断地举起了手，抬手示意某学生回答）

生：比方说，直角三角形都有一个角是 90°，这个角是对应相等的，但我们发现三角板有不同的形状，所以只有一个角对应相等的两个三角形不一定相似。

师：非常好，请坐。（掌声）

他举了个特例，我也给大家举了个例子。（幻灯片演示）


图 1

先看这是什么三角形(图 1)？

生：（全体）锐角三角形。

师：再出现一个三角形，我们看它有什么特点？这是什么三角形(图 2)？

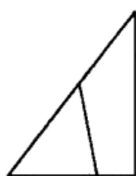


图 2

生：直角三角形。

师：这两个三角形都有一个什么角？

生：公共角。

师：再看多了一个什么三角形(图 3)？

生：钝角三角形。

师：这三个三角形都有一个公共角，因此满足一对角对应相等的三角形显然不相似，因此我们得出结论：一对角对应相等的两个三角形不一定相似。仅一对角相等不能判定两个三角形相似，那么还需增加什么条件？

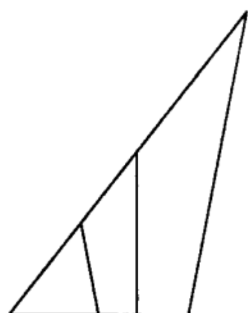


图 3

生：(众)两角相等。

提出问题：如果两个三角形的两个角对应相等，那么这两个三角形一定相似吗？现在请同学们把准备的三角板、笔和纸拿出来。**(走入学生中间)**

(出示幻灯片)

同桌合作，一人画$\triangle ABC$，一人画$\triangle A'B'C'$，使得$\angle A=\angle A'=30°$，$\angle B=\angle B'=45°$，比较你们画的两个三角形，$\angle C=\angle C'$相等吗？单列同学画$\triangle ABC$，$\angle A=30°$，$\angle B=45°$；双列同学画$\triangle A'B'C'$，$\angle A'=30°$，$\angle B'=45°$。借助自己的工具不要画得太大或太小。**(辅导学生画图，尽管第二排以后的学生没有课桌，以腿当桌，但同学们画图都很认真，气氛很好)**

师：画好了吧，$\angle C$和$\angle C'$相等吗？

生：相等。

师：肯定是相等的，我们可以通过三角形内角和为 180°来进行证明。所以我们研究两个角相等之后，三个角相等就不用再研究了。现在，同桌的两个同学把你们画的图形放在一起比较，能得出什么样的结论呢？

（同学们积极讨论）

师：得出结论了吗？（部分学生迟疑不决，提问一个学生）

生：感觉是相似的……

师：你们画的这两个三角形相似吗？

生：嗯，相似。

师：好，请坐。其他同学呢？（拿了前排两个同学的进行比较）

有画得全等的吗？（学生摇头）有些同学现在不敢确认。我们知道，我们现在所拥有的判定两个三角形相似的方法只有一个，那就是利用定义。现在，我们手里都有两个角对应相等的三角形，对不对？那么我们下一步该怎么办？看看三边比值是否相等？如果相等，那么我们就说这两个三角形怎样？

生：（齐）相似。

师：很好，现在各自测量三角形三边的长度，以厘米为单位，精确到十分位。先量好，标注在图上，开始！

师：量好了吗？下一步，同桌开始合作，分别计算$\frac{AB}{A'B'}$、$\frac{BC}{B'C'}$、$\frac{CA}{C'A'}$，精确到十分位。完成了请举手，看哪一桌快。（给学生足够的时间）

师：好了，有结论的举一下手。（很多同学举起了手）

生：3对边比值都是0.9。

师：请坐，有不同意见的请举手。

生：我们算的是0.1、0.1和0.2。

师：2个相等1个不等，是不是？有没有全不等的，请举手。（有少数几个同学举手）

就几个啊，其余的测量的都相等吗？是不是多数是有2个相等，1个不相等。（学生点头）

注意，我们发现以厘米为单位精确到十分位的时候，这三条对应边的比值有一个共同的现象，3个比值误差不大，基本相等。改变$\angle A=\angle A'=60°$和$\angle B=\angle B'=75°$，再试一试。画的方法跟刚

才一样，画得认真一点，精确一点，然后直接计算它们对应边的比值。

（学生情绪高涨，纷纷动手，不一会儿好多同学都抬起头，互相交流成果）

师：好，停下来。我们目标很明确，就是通过精确的测量和精确的计算得出比值，得出的结论是什么？

（让一个学生回答）

生：3个比值都是0.5。

师：现在三边对应比值都相等的请举手。

（众学生举手）

比刚才多了一些，这样，我们就可以得出一个结论：当有两个角对应相等的时候，三边也分别对应成比例，因为三条对应边比值是相等的。（回到讲台）

根据相似三角形的定义，我们就能够得出今天所学习的相似三角形判定的方法1。只需几个角相等啊？

生：2个。

（幻灯片演示）

判定方法1：两角对应相等的两个三角形相似。

师：只要2个角相等，那么这两个三角形就是相似三角形。

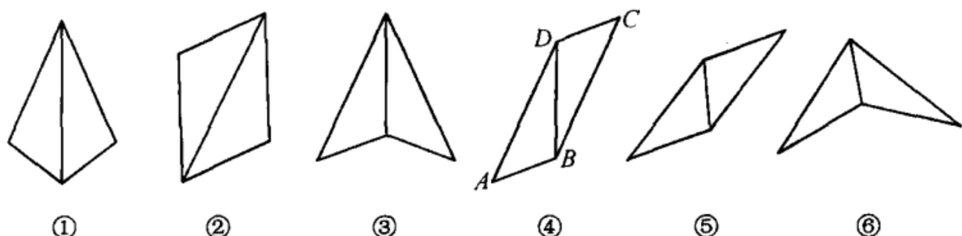
设计说明：

在设计本节课的“探索新知识”这一环节时，教师利用问题引导学生进行联想类比，以旧引新，在教师的头脑中有一个重要的理念，就是时刻想着学生，让学生经历知识的形成过程。通过设计对三角形全等判定方法的复习和再认识，并引导学生进行类比，使得运用特殊到一般的思想探索三角形相似的条件水到渠成，为学生扫清了这一知识形成过程中的思维障碍，使学生的思维过程和知识形成过程构成了一个完美的统一体。显然这种设计营造了良好的教学氛围。学生在探索发现相似三角形判定方法的过程中理解和掌握三角形相似的判定方法，使学生在“温故”中探索发现，积极地、创造性

地思考，激发和培养学生的积极性和创造性。

例 4 “平行四边形的性质”的问题设计。

小组活动：发给学生两个全等三角形，以 4 个同学为一个小组，进行拼图游戏。组内同学先独立思考，各自拼图后合作交流，把自己拼出的不同四边形，在组内展示。选出有代表性的 6 幅如下图所示。



接下来是某位教师的课堂实录：

师：我们在学习平行四边形的概念时知道了平行四边形的两组对边是分别平行的，这是平行四边形的主要性质，除此之外它还有哪些性质呢？（结合图形②、④、⑤开展探究性质活动）

师：图形②、④、⑤的平行四边形是由什么图形拼成的？

生：由两个全等的三角形拼成的。

师：也就是说，平行四边形可以分成两个全等的三角形。以图④为例，请认真观察这个平行四边形，你能发现边与边、角与角有什么关系？

生：平行四边形的对边相等、对角相等。

师：为什么？

生：因为 $\triangle ABD \cong \triangle CDB$，

所以 $AB = CD$，$AD = CB$，$\angle A = \angle C$，$\angle ABD = \angle CDB$，$\angle ADB = \angle CBD$。

所以 $\angle ABD + \angle CBD = \angle CDB + \angle ADB$，即 $\angle ABC = \angle CDA$。

师：回答得很好，由全等三角形的对应边相等、对应角相等的性质可知，平行四边形对边平行且相等，对角相等。请大家思考一个

问题：任意一个平行四边形，是否都可以由两个全等三角形拼接而成？如果能，你能对其中一个三角形通过适当的变化（如平移、轴对称、旋转）而得到另一个三角形吗？具体做一做，你能验证哪些结论？

生：（以四人小组为单位继续活动）

生：我发现将两个完全重合的三角形沿某一边所在直线平移这一边的长度，再以重合的顶点为旋转中心，顺时或逆时旋转 180°就可得到平行四边形。

师：（教师再演示一次）

生：（全体学生动手操作一次）

师：还有什么方法？

生：按刚才的操作过程还可以先旋转再平移，也可以得到。

师：这两种方法只是顺序有所区别，能否验证我们刚才得到的结论？

生：可以。

生：我发现将两个完全重合的三角形以某一边的中点为旋转中心，顺时针或逆时针旋转 180°也可得到平行四边形，也可验证结论。

师：（教师带领学生操作一次）

师：再看看下面的提示对你们有没有启发。

用一张半透明的纸复制平行四边形 $ABCD$，将复制后的四边形绕一个顶点旋转 180°，你能平移该纸片，使它与四边形 $ABCD$ 重合吗？由此，你能得到哪些结论？平行四边形 $ABCD$ 相对的边、相对的角分别有什么关系？

生：我发现按这种方法将复制后的四边形绕一个顶点旋转 180°，再沿对角线平移该纸片，使它与四边形 $ABCD$ 重合，也可验证刚才的结论。（学生在实物投影上操作）

生：我发现以对角线的交点为旋转中心旋转 180°，也可与四边形 $ABCD$ 重合，从而也可验证结论。（学生在实物投影上操作）

师：这两位同学的验证方法大家认可吗？

生：认可。

师：同学们的这些验证方法都非常好，这样，我们就得到了平行四边形的性质。

（板书）平行四边形的性质：平行四边形的对边相等、对角相等。

用几何语言书写如下：

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，$\therefore AB = CD$，$BC = AD$。（平行四边形的对边相等）

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，$\therefore \angle A = \angle C$，$\angle B = \angle D$。（平行四边形的对角相等）

设计说明：

在学习平行四边形性质的过程中，充分利用拼图，让学生通过观察图形，结合全等三角形对应边相等、对应角相等的性质，自主实践、观察、发现、思考、归纳，得出平行四边形的对边相等、对角相等的结论。这样设计学生认识“新知”的过程，既增强了数学的直观性，而且更能使学生从感性上理解平行四边形的性质。通过平行四边形旋转、重叠操作演示，既复习了前一章“图形平移与旋转”的有关知识，也揭示了数学知识内在的联系，再次对平行四边形的对边相等、对角相等的性质加以认识、感悟和理解。

例 5　“分式方程的解法”中的问题设计。

问题 1：你能设法求出 $\frac{9000}{x} = \frac{15\,000}{x + 3000}$ 的解吗？

师：为了解决这个新问题，可以回顾旧知识。请大家思考回答下列问题：

问题 2：你会解哪些方程？

生：一元一次方程和二元一次方程组。

问题 3：解一元一次方程的步骤是什么？

生：去分母、去括号、移项、合并同类项、系数化为 1，检验。

师：同学们的回答很准确。值得强调的是：前五个步骤在解每个一元一次方程时不一定都能用到，各步之间也没有顺序之分，但

是要切记:检验这个步骤是解方程所必需的。

问题 4:如何解二元一次方程组呢?

生:用消元法把二元一次方程组转化成一元一次方程求解。

师:同学们的回答十分精彩,既说明了转化的思想,又说明了转化的方法,转化是数学的重要思想,不同的问题有不同的转化方法。

问题 5:如何把问题 1 中的分式方程转化成整式方程呢?

(各小组讨论热烈,每个同学各抒己见,并归纳出结论)

生:把分母去掉,就可转化成整式方程。

师:去分母的依据是什么呢?

生:等式的基本性质 2:等式两边都乘以同一个数,所得结果仍是等式。

师:如何去分母呢?

生:方程两边都乘以 $x(x+3000)$,可得 $9000(x+3000)=15\,000x$。

师:很好,请同学们尝试写出求解过程。

生:(每个同学都动手、动脑,教室一片寂静)

例 1:解方程 $\frac{1}{x-2}=\frac{3}{x}$。

解:方程两边都乘以 $x(x-2)$,得

$$x=3(x-2)。$$

解这个方程,得

$$x=3。$$

检验:将 $x=3$ 代入原方程,得

$$左边=1=右边,$$

所以,$x=3$ 是原方程的根。

师:对于以上解答过程,同学们有什么问题要问吗?

生:为什么把检验的过程也写在解方程的过程中呢?

师：你能提出这个问题，说明你敏锐地发现了解分式方程与解一元一次方程在格式上的不同之处。我们知道，解方程都需要检验所得到的未知数的值是不是原方程的解。一元一次方程之所以可省略检验，是因为解题的步骤都是可逆的，而解分式方程之所以必须检验，是因为有些步骤不可逆，如去分母这一步就不可逆。

生：解分式方程的基本思想是转化成整式方程，而转化的方法是去分母。刚才两个分式方程去分母的方法都是方程两边都乘以方程中各分母的最简公分母，那么可不可以用其他方法去分母？比如用比例的基本性质：若两个比相等，则两内项之积等于两外项之积，由此来完成转化呢？

师：这个问题提得很好，有强烈的一题多解意识。同学们还有其他方法吗？

生：对于刚才的两个方程，用“若两个不为零的数相等，那么它们的倒数也相等”的方法去分母，可以吗？

师：同学们的思路很开阔，知识的应用十分自如，表现了良好的思维品质，对于同一个问题可以有不同的转化方法，只要言之有理、落笔有据就行，你们说的这两种方法对于刚才的两个方程都是可以的，但对于某些方程就不方便了，如 $\frac{1-x}{x-2}=\frac{1}{2-x}+2$，若用你们的方法，就得通分后才能用。

师：根据刚才的讲解和问答，请同学们分组思考和讨论解决下一个问题。

问题 6：解分式方程需要哪些步骤？

（学生通过讨论、归纳、总结如下步骤）

生：解分式方程的一般步骤如下：

（1）转化：方程两边都乘以最简公分母，去除分母，转化为整式方程；

（2）求解：求转化成的整式方程的解；

（3）检验：把整式方程的解代入原分式方程进行验根；

（4）作答：写出分式方程的解。

设计说明：

以问题为引领，引导学生通过对一元一次方程解法的复习和二元一次方程组解法的回顾，用类比的方法想到用转化的思想去思考分式方程的解法。通过对问题的独立思考和思考之后的合作讨论等形式探究转化的方法，然后让学生完成求解过程的书写，表述独立思考的结果。用投影展示学生有代表性的解答过程，发现学生存在的问题并加以分析，然后教师给出板书的规范格式。这样的设计给学生提供思考的空间和交流的机会，使学生的思维得到很好的训练，在理解、掌握知识的同时，分析、解决问题的能力及思维的灵活性和数学思维品质都得到提高。

三、例题、练习题的设计

思维与解题过程的密切联系是公认的。著名的心理学家吉霍米诺夫曾经具体的阐述过这种联系："在心理学中，思维被看做是解题活动"。著名的数学教育学家波利亚有如下论述："掌握数学意味着什么呢？这就是说善于解题，不仅善于解一些标准的题目，而且善于解一些要求独立思考、思路合理、见解独到和有发明创造的题目"。在课堂教学中，教师有效地利用经过精选的、巧思独具的习题对学生进行训练，可以提高学生的创造性思维能力。虽然思维并非总等同于解题过程，但是，思维形成的最有效的办法是通过解题来实现的。正是解数学题的过程，可以在达成知识技能目标的同时，自然使学生发展创造性的思维。数学教学的基本目标多是在解题教学的过程中实现的。因此，在教学设计时，例、习题的设计和选择就显得尤为重要，例、习题的选择和教学应是教学设计中一个不容忽视的方面。

在例题、练习题设计中应注重基础性、典型性、全面性。通过选择一些典型题目，启发学生从多角度去认真寻找解题办法，不仅使知识的应用具有很大的覆盖面，而且能够满足不同层次学生的求知需求，激发学生的学习兴趣，对培养学生的思维能力和综合运用知识的

能力具有事半功倍的作用。但练习题的设计决不能以多取胜，而是在运用知识的广度、逻辑思维的深度、发展智力的效度上动脑筋、化气力，以少胜多，以一当十。只要我们遵循教学规律，坚持科学训练，不搞题海战术，科学设计教学和训练，教学效果自会十分明显。

设计例题、习题一般注意以下几点：

1. 要针对目标精心选择例题、练习题，练习的内容可以是针对教学中的某一知识点而设计，也可以是根据课堂教学中学生的实际掌握知识情况而设计。

2. 练习一定要体现灵活性、随机性和多样性。

3. 练习题层次要分明，要让不同层次的学生都有不同程度的收获。

4. 将教材中的例题、习题，通过类比、加工改造、加强或弱化条件、延伸或扩展，针对不同层次学生设计不同练习，让所有学生都能得到发展和提高。

看一些具体的例子：

例 1 “函数的概念”中例题、习题的设计。

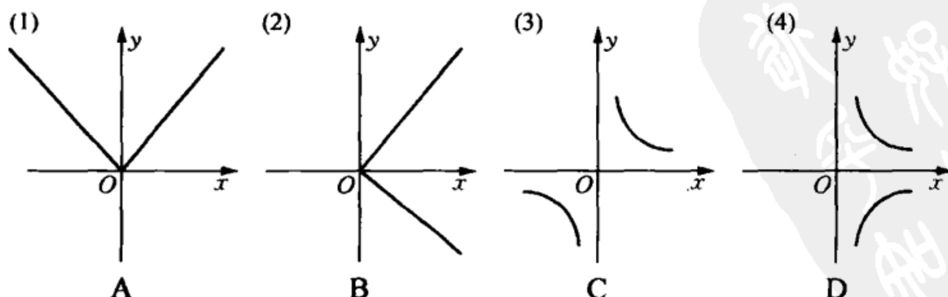
1. 已知 $f(x)=\sqrt{x+3}+\dfrac{1}{x+2}$。

(1) 求函数的定义域；

(2) 求 $f(-3)$、$f\left(\dfrac{2}{3}\right)$的值；

(3) 当 $a>0$ 时，求 $f(a)$、$f(a-1)$ 的值。

2. (幻灯片)下面的图象能不能作为函数图象？



3. （幻灯片）下列函数中哪个与函数 $y=x$ 相同？

$y=(\sqrt{x})^2$，$y=\sqrt[3]{x^3}$，$y=\sqrt{x^2}$，$y=\frac{x^2}{x}$。

设计说明：

题 1 的设计意图：帮助学生理解“对应”的涵义；使学生会求一些简单函数的定义域、值域；使学生进一步理解“f”的意义。题 2、题 3 的设计是让学生通过判断，进一步认识函数的三个要素，加强学生对定义域、值域的理解。这种设计既注重了基础性，也注重了层次性。

本节课堂练习设计：

1. 求下列函数的定义域：

(1) $f(x)=\frac{1}{4x+7}$；

(2) $f(x)=\sqrt{1-x}+\sqrt{x+3}-1$。

2. 已知函数 $f(x)=3x^3+2x$。

(1) 求 $f(2)$、$f(-2)$、$f(2)+f(-2)$ 的值；

(2) 求 $f(a)$、$f(-a)$、$f(a)+f(-a)$ 的值。

3. 判断下列各组中的函数是否相同，并说明理由：

(1) 表示炮弹飞行高度与时间的函数 $h=130t-5t^2$ 和二次函数 $y=130x-5x^2$；

(2) 函数 $f(x)=1$ 和 $g(x)=x^0$。

设计说明：

练习题主要是围绕本节课所学习的函数概念而设计的，既是对知识的再次理解和认识，也是对学生运用所学知识解决相关问题能力的训练。

例 2 “直线的倾斜角和斜率”中例题、习题的设计。

1. 已知 $A(3, 2)$，$B(-4, 1)$，$C(0, -1)$，求直线 AB、BC、AC 的斜率，并判断这些直线的倾斜角是锐角还是钝角。

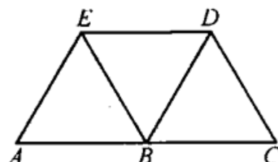
师生活动：学生独立完成，利用实物投影仪展示学生的求解过程，师生共同点评，规范解题过程。

2. 在平面直角坐标系中，画出经过原点且斜率分别为 1、−1、2 及 −3 的直线 l_1、l_2、l_3 及 l_4。

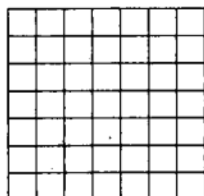
设计说明：根据本节课的教学内容和学生的特点，设计了两个例题。题 1 直接运用直线倾斜角和斜率的概念进行计算和判断，培养学生的应用意识，提高学生的计算能力。题 2 训练学生数形结合的思想意识，通过作图进一步明确确定直线的几何要素。学生在解决问题的过程中独立分析、探索，感受坐标法的思想，体会数形结合的作用，达成本节课的学习目标。

例 3 "平行四边形的判定"中例题、习题的设计。

1. 如图，$AC \parallel ED$，点 B 在 AC 上且 $AB = ED = BC$。找出图中的平行四边形，并写出理由。（学生独立完成，一名学生板演）



2. 在右图所示的网格中，画出符合下列条件的平行四边形：



（1）平行四边形的面积为 12；

（2）平行四边形的一组对边长为无理数。

设计说明：

让学生通过已有的生活经验和数学知识，把探索得到的平行四边形判定方法逐步应用于问题的解决，把知识形成过程变为知识发生、发展的创造过程，实现理解和掌握从感性到理性的自然深化。题 1、题 2 的设计除了巩固判定方法的应用外，逐步加大题目的开放性，增加问题挖掘的深度和广度，实现学生认识的螺旋上升。

四、课堂小结的设计

课堂小结是课堂教学环节中的重要一环，主要任务应体现在三个方面：知识与技能的提高、过程与方法的体验和情感与态度的发展。课堂小结不仅可以帮助学生掌握具体的知识和技能，还可以促进认知结构的形成、新知识模块的建立、解题技能的优化和思想方

法的提炼等。能否恰当地进行课堂小结，并充分发挥小结的作用，是提升课堂教学有效性的一个重要因素。

例 1 “正弦定理”课堂小结设计。

首先提示引导学生总结本节课的主要内容，然后让他们思考交流、归纳总结，最后尝试小结，教师及时补充。在整个过程中要体现如下几点：

(1) 正弦定理的内容 $\left(\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R\right)$ 及其证明的思想方法；

(2) 正弦定理的应用范围：①已知三角形中两角及一边，求其他元素，②已知三角形中两边和其中一边所对的角，求其他元素；

(3) 分类讨论的数学思想。

设计说明：主要通过学生的自我小结，培养学生的归纳总结和语言表达能力，教师只做适当的引导或补充。

例 2 “平行四边形的性质”课堂小结设计。

通过下列问题展开课堂小结：

1. 今天我们研究平行四边形的性质是从哪几个方面进行的？具体是什么？请同学们填写表格，对本节课的内容进行小结。

研究对象	性质	几何语言表述
对边		
邻边		
对角		
邻角		
对角线		

2. 学习了平行四边形的性质，你有什么感受和体会？

3. 我们从身边熟悉的图形出发发现了平行四边形，接着研究了图形的性质，然后再进一步利用所学知识解决生活中的实际问题。

对本节课还有没有疑惑的问题？

设计说明：

在小结过程中，通过填写表格回顾了本节课的重点内容，并对本节课的知识进行梳理，使学生对知识进一步深化，培养学生的总结概括能力和准确的语言表达能力，使知识条理化、系统化。同时，让学生交流本节课的收获体会与疑惑，建立一种民主平等的师生关系。

例 3 “分式方程”课堂小结设计。

以下是某教师本节教学课堂实录的课堂小结部分：

师：本节课同学们思维积极主动，回答问题简捷流畅。现在请同学们回顾与思考本节课的学习内容，把你的收获和疑问大胆的提出来，我们一起来讨论。

（学生思考片刻后，踊跃地有秩序地举手提问题）

生：解分式方程时检验的格式有几种形式？

师：这个问题提得很现实，也说明你很博识，因为不少参考资料和习题集中确有不同的检验形式，一般情况是：有解的方程既可以代入原方程，也可以代入最简公分母去进行检验；无解的方程只能代入最简公分母进行检验。但无论如何都要写出检验过程，而不能用“经检验”的字样去代替检验。

生：有增根的方程一定无解吗？

师：你的思维很严谨，因为你发现我们解方程的推理过程是“因为 $x=2$ 是增根，所以原方程无解”。其实有增根的分式方程不一定无解。目前我们转化成的整式方程是一元一次方程，所以它的根只有一个，如果是增根，则原分式方程无解。但如果转化成的整式方程不是一元一次方程，则情况就另当别论，这个问题我们以后会学习到。

生：我把上述问题反过来问：“无解的方程一定有增根吗？”

师：你很聪明，善于逆向思维，这真是难能可贵，你这个问题的答案也是“不一定”。你可以试着举出反例加以说明，这样的方程很

多，我相信你一定会找到，祝你成功。

生：方程的根与方程的解有何区别？

师：你很细心，听课很认真，且善于思考，勇于质疑，我在讲课时确实对“根”与“解”未加区别，但它们确有区别，不能混用，更不能错用。

一般地，一元方程的解又叫做根，其他的方程的解不能叫做根，如二元一次方程组的解就不能叫做根。

生：解分式方程的每一步都有依据，为何还产生增根？

师：你的问题提得十分尖锐，也很深刻，显然你不满足于课文中的解释：“方程两边同乘以一个不能使分母为零的整式”，因为等式的性质告诉我们可以乘以任何数或整式。这里可以做如下解答：

解方程的步骤实际上是先假定方程有解才去求，而解方程是求方程解的过程，并非事先已知有解，所以就要求解方程的步骤是步步可逆才行，而第一步去分母后的方程就不可逆，所以才可能会产生增根，因此解方程才必须检验。

生：本节课我的主要收获是：又一次体验了转化的数学思想的作用，学会了解分式方程的步骤及检验的方法，特别感受了提出问题的重要性，以后我一定会积极思维，提出有价值的问题。

设计说明：

每一节数学课的小结，应尽可能为学生创设思维空间，为他们搭建展示自己风采的平台。学生可能提不出有价值的问题，这需要在教学中有意识地培养。另外，学生也可能提出教师解决不了的问题，这也很正常，可以留待课后解决，但一定要培养学生大胆质疑，勇于思考，善于表达的能力。学生积极参与课堂小结，正是教师长期训练的成果。课堂小结，大有文章可作。

五、作业的设计

作业的设计要科学合理，应注重知识的巩固与能力的培养。教师设计作业要目标明确，符合学生的实际。否则，只能浪费时间，起

不到作用，还会使学生产生厌烦情绪，达不到巩固知识、提高能力的作用。

1. 作业的设计要规范科学

（1）设计作业要有目的性、针对性，针对教学目标。

（2）作业的设计要有层次性、探究性。

（3）作业的设计要难易适度，数量恰当。

2. 作业的布置要合理有序

（1）数学作业的布置要体现分层性。

（2）数学作业的布置要体现巩固性、发展性。

六、教学媒体的设计

所谓媒体教学，就是在课堂教学过程中，根据教学内容与教学目标的需要，合理地选择和应用现代化教学媒体，继承传统教学媒体的有效成分。要使两者结合，各展所长，互为补充，相辅相成，构成教学信息传输及反馈调节的优化教学媒体群，共同参与课堂教学，成为课堂教学过程的一个有机组成部分，达到教学过程优化的目的。

教学媒体的使用，可以让数学课堂有声、有色，形象直观，引起学生的认知兴趣，增进课堂教学效果。但要充分发挥其作用，还必须在使用中根据教学实际需要，做到适时、适度、适式。

使用多媒体的作用在于：

1. 加强课堂教学的趣味性和直观性，有利于提高学生的学习积极性，突出重点，突破难点。

2. 创设逼真情境，提高学习兴趣，激发学生的思维活动。

3. 实现一些实际操作中比较困难的演示和示范，且能够增加课堂教学的容量。

例如，在正方体截面的教学中，截出的截面是五边形和六边形的情况学生很难想象，而教师画图演示又比较困难，如果利用多媒体进行直观的演示，能够达到非常好的教学效果。又如，投针试验，

对试验次数较大时，学生实际操作和教师演示都无法实现，而利用多媒体投针试验模拟程序可以收到很好的效果，确实起到了电脑辅助教学的作用。

但是，多媒体的使用并不是每节课都需要，也并不是所用的公开课都需要。不使用多媒体的课堂教学并不等于理念不新，并不代表落后，多媒体的使用一定要恰当，它的作用只是辅助教学。

多媒体使用的教学设计要注意：

1. 注意数学课堂教学内容的选择性。

2. 注意多媒体在数学课堂教学过程的适时性。

3. 以人为本，把学生放在主体位置上，切不可成为课件展示课。

4. 课件的设计色彩要大方，不可让人眼花缭乱，影响学生的注意力。

七、板书的设计

1. 什么是板书

板书，是教师在课堂上向学生传递教学内容信息的一种书面交流方式，通常是指用粉笔在黑板上写字、画图。但作为教师的职业用语，“板书”往往有其特定的含义，即不仅指黑板上的粉笔字，更包括整个版面的布置、书写内容的条理性、书写内容与口授内容的协调性等。现代课堂教学中，板书仍是重要的课堂教学行为，板书的质量直接影响教学效果。因此，高质量的板书是教师必须具备的一项基本功，是衡量教师素质高低的一个重要标志。虽然现代化的教学手段给课堂教学带来了巨大的变化，但是板书有着课件无法代替的作用，它的生成性、完整性、示范性等都对学生的学习、成长有着重要影响。

2. 板书的功能

板书作为简便、有效、直观的教学形式，可以有效地辅助教学。优秀的板书主要有这样几种功能：

（1）配合讲述，向学生提供学习内容的视觉信息。

（2）可以点明教学内容的重点，揭示知识之间的联系，理清知识体系的脉络层次。

（3）为学生识记、保持、再现学习内容提供线索、纲要。

（4）板书既是教学过程的“缩影”，又是师生思维活动的结晶，可以启迪学生的思维，引导学生在思维活动中学会思维。

（5）可以激发学习兴趣和热情，给学生以美的享受，是一种文化熏陶。

所以板书是一名优秀教师必须具备的基本功，教师在每次备课时要仔细推敲，对板书内容、版面布置，乃至需保留内容的位置等作出设计，教学后要及时小结、反思，在教学实践中不断提高板书技能。

板书是课堂教学中一个必不可少的部分。一节课的课题、主要定义、重要的定理和推论、解题思路的分析、主要的知识结构、证明或解题的过程、重要的结论和注意点等都是板书的内容。因此，在教学设计时，板书设计不容忽视。

3. 板书设计要求

（1）书写要规范、工整、准确，体现示范作用，不仅要让学生能够看得清楚，而且要在潜移默化中引导和训练学生养成良好的书写和思维习惯。

（2）语言要准确，具有数学的独特性。板书不仅要让学生看得懂，而且能够引发学生思考，用词造句、图表线条，都是板书设计需要关注的。

（3）布局要合理，蕴含数学逻辑性。数学教学内容有较强的逻辑性，知识之间的联系应蕴含在板书之中。教学设计时要将最核心的内容和知识体系简洁清晰地反映在板书中，发挥板书直观、形象、概括的特点。

（4）重点要突出，结构要简洁明了。教学设计时，板书的设计必须重点突出，以便在课堂教学中能够引导学生把握教学重点，全面系统地理解教学内容，通过板书就能纵观全课、了解全貌、抓住要

领,给人以清晰的印象。

(5) 形式要多样,美观大方,具有艺术性。好的板书不仅是一节课内容的核心体现,也是教师艺术修养的体现。板书设计的形式多种多样,教师要根据教学内容和学生实际采用灵活的形式进行设计,给学生以艺术美和数学美的完美享受,对学生的学习习惯和数学修养起到潜移默化的作用。

八、课后反思

下课铃响起,教师的教学活动并未结束。教师要反思自己的教学行为,总结教学的得失与成败,对教学过程进行回顾、分析和审视,形成自我反思的意识和自我监控的能力,不断提高自我素养。

课后反思是教师教学实践活动中的重要环节。教师课后对整个课堂教学过程中各个环节进行深入细致的思考,对自己的教学观念、教学行为和学生的表现及教学的成败进行梳理,反思学习内容是否得到充分的展示,还需要在哪方面进行补充;学生探索、交流、合作是否有效,学生在完成学习任务的同时是否学会了学习,教师组织、引导、点拨是否及时恰当等。由此研究自己的教学行为,提高自己的教学能力和水平,提高课堂教学效率,促进自己的专业成长。

课后教学反思要写些什么?首先叙述具体的教学活动(应简略些),接着分析在这一活动中自己的成败得失之处,最后结合新课程、新理念谈自己的思考和感悟。具体可从以下几个方面进行:

1. 写成功之处。一节课什么地方最成功,成功的原因是什么。分析的目的是为了在以后的教学中继续发扬光大,将自己的教学优势扩大,形成自己的教学特长。

2. 写不足之处。本节课最遗憾的地方是什么,造成失败或遗憾的原因有哪些,是设计不合理,还是对学生估计不够;是组织教学上的问题,还是对教材理解把握上的原因等。分析思考的目的是避免类似的情况再次发生,以便改进自己的教学,提高课堂教学水平。

3. 写教学机智。在课堂教学中,对于随机发生的教学情况有什

么好的处理方式，对于学生随机生成的教学问题有什么好的解决办法，对教学方式有什么新的灵感，解题有什么新的有效方法等。写出在你课堂教学中闪现的智慧之光，让它照亮你的教学之路。

4. 写学生创新。学生在课堂教学中有哪些出乎你意料的良好表现，包括好的解题方法、新的分析问题的思路、敏锐的观察发现、深刻的问题剖析、提出的新的质疑，对问题独特的见解等。分析学生有所创新、有所突破的原因，以便再次点燃他们思维的火花。

5. 写“再教设计”。通过对课堂教学的深刻反思，对一节课的理解定会有新的认识和新的想法，对这节课要写出教学后的再次改进设计，实现自我完善和提高。

要特别注意的是：写教学反思，贵在及时，贵在具体，贵在坚持。教学反思是教师进行教学行动研究、提高教学水平的有效途径。教学反思谨防通用，流于形式。

下面给出一些教师课后反思中的片段。

例 1 “平面中的几何向量方法”的课后反思。

这一节课在具体实施时，较好的地方是，“各类问题”对学生起到了应有的启发作用，如每题后面的“导问”为学生思考指明了方向，起到了对这节课的主导作用；每题后的“追问”和最后的“课后思考”又促进了学生的深度思考，发展了这节课的生成功能。

但由于学生向量知识正在形成而不熟练，造成了这节课最后一个题留的时间较紧，没有分析透彻。

例 2 “函数的奇偶性”的课后反思。

1. 本节课设计思路力图符合新课标的精神，做到心中有课标，心中有教材，心中有学生。从实际到理论，再由理论指导实际的认知过程，关注学生的学习情感，宏观调控与微观操作相呼应，并注意细节的处理。

2. 学生出现问题较多的是运用定义判断时书写过程缺乏逻辑性、条理性和规范性，多数原因在于缺乏这方面的有效训练，今后教学中应有目的地加强训练，同时教师多做规范性板书示范。

例 3 “平行四边形的判定”的课后反思。

1. 精彩点：课堂教学中每个学生都积极参与，通过实验、探索、思考、发现，在动手动脑与合作交流中获得成功的体验。在反思环节中学生的表述很出色。

2. 遗憾点：最后一题的一题多解，由于时间关系，是以口述的方式进行的，一些学生可能还存在困惑，如能将不同方法中的一些关键步骤进行简单板书就更清晰了。

3. 困惑点：当一部分学生对“做一做、议一议”中的问题 1 感到无从下手时，教师迅速地进行了导引与提示，是否在这一环节应给学生更为充足的时间。

4. 生成点：“做一做、议一议”中的问题 2，原本以为学生都是按②的方法操作，但个别学生用①的方法操作，并用平移的性质进行说理。

例 4 “同底数幂的乘法”的课后反思。

精彩点：充分体现了学生在学习中的主体作用，同学们学习热情高涨，在合作、探索、交流中自主构建新知识，师生合作完成的板书很完美。

遗憾点：由于时间与黑板空间的限制，很多学生的研究成果得不到展示。

经验积累：(1)本节课学生的探究活动比较多，教师既要全局把握，又要顺其自然，千万不可拔苗助长。规律(公式)的探究活动本身既是对学生能力的培养，又是对公式的识记过程，而且还可以提高他们应用公式的能力。因此，不但不可以省，而且还要充分挖掘，以使不同程度的学生都有事情做且乐此不疲，更加充分的参与其中。对于这一点，教师一定要转变观念。(2)在同底数幂乘法公式的探求过程中，学生表现出观察角度的差异：有些学生只是侧重观察某个单独的式子，把它孤立地看，而不知道将几个式子联系地看；有些学生则既观察入微，又统揽全局，表现出了较强的观察力。教师要善于抓住这个契机，适时、适当地对学生进行学法指导，培养他们“既见树木，又见森林”的优良观察品质。

第三章 数学课堂教学设计案例

案例1 平面中的几何向量法

一、教学目标

【知识与技能】

(1) 能说出用向量方法解决平面几何问题的"三部曲"。

(2) 会利用向量法解决一些简单的平面几何问题,例如初中学过的一些平面几何命题。

(3) 通过实际应用,培养学生的运算能力和解决问题的能力。

【过程与方法】

让学生经历由具体到抽象、由特殊到一般、先猜想后论证等过程,在过程中体会向量在处理几何问题中的优越性。加深对数学模型化思想的理解和认识,提高解决问题的能力。

【情感、态度与价值观】

体会向量运算及运算律的重要性,感知向量作为处理几何问题工具的优越性。

通过向量方法在平面几何中的应用,感受数学来源于生活,又服务于生活,提高学习数学的热情。

二、教学重点、难点

重点：向量法解决几何问题的“三部曲”。

难点：如何通过相关的向量运算研究几何元素之间的关系。

结合这节课的特点，采用问题驱动法的教学方式，以问题带动学生的动手与思维活动，通过对问题的讨论与表述，让学生的思维过程暴露出来，使学生的解题思维从无意识转化为有意识。

三、教学流程

【引入】 上节课作业：

1. 已知 $A(-1, -4)$，$B(5, 2)$，$C(3, 4)$，判断$\triangle ABC$ 的形状。

2. 已知 $A(-2, 1)$，$B(-1, 3)$，$C(3, 4)$，$D(2, 2)$，判断四边形 $ABCD$ 的形状。

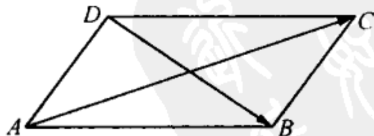
问题 1：这两道题是有关三角形、四边形的问题，在数学中它属于哪方面的问题？是用什么方法解决的？

预设答案：用向量方法解决几何问题。

【设计意图】 通过学生已有的知识、方法引入“向量法”解决平面几何问题，并通过学生反思的形式让学生将相关的知识方法表达出来。

【总结三部曲】

例 1. 平行四边形是表示向量加法与减法的几何模型，如图，$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$，$\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}$。你能发现平行四边形对角线的长度与两条邻边长度之间的关系吗？



导问：如果平行四边形是矩形，结论是什么？

预计：学生会朝平方关系想，从而猜到结论。

意图：“由特殊到一般”是数学猜想中常用的方法。

【活动方式】 学生解题，通过实物投影仪展示过程。

【学生解答】

解法 1：

$$
\begin{aligned}
|\overrightarrow{AC}|^2 &= \overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AC} = (\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})\cdot(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}) \\
&= \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AD} \\
&= |\overrightarrow{AB}|^2+2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}+|\overrightarrow{AD}|^2,
\end{aligned}
$$

即 $|\overrightarrow{AC}|^2=|\overrightarrow{AB}|^2+2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}+|\overrightarrow{AD}|^2$。

同理 $|\overrightarrow{DB}|^2=|\overrightarrow{AB}|^2-2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}+|\overrightarrow{AD}|^2$。

上下两式相加，得

$$|\overrightarrow{AC}|^2+|\overrightarrow{DB}|^2=2(|\overrightarrow{AB}|^2+|\overrightarrow{AD}|^2)。$$

解法 2：设 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{b}$。

$$
\begin{aligned}
|\overrightarrow{AC}|^2 &= \overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AC}=(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}+\vec{b}) \\
&= \vec{a}\cdot\vec{a}+\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{a}+\vec{b}\cdot\vec{b} \\
&= |\vec{a}|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2,
\end{aligned}
$$

即 $|\overrightarrow{AC}|^2=|\vec{a}|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2$。

同理 $|\overrightarrow{DB}|^2=|\vec{a}|^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2$。

上下两式相加，得

$$|\overrightarrow{AC}|^2+|\overrightarrow{DB}|^2=2(|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2),$$

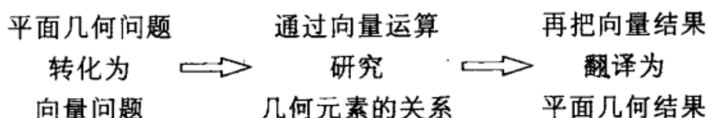
即 $|\overrightarrow{AC}|^2+|\overrightarrow{DB}|^2=2(|\overrightarrow{AB}|^2+|\overrightarrow{AD}|^2)$。

问题 2：你能总结出用向量方法解决平面几何问题的步骤吗？请写在下面横线上：

____。

预设答案：平面几何问题转化为向量问题，通过向量运算解决几何元素问题，再还原答案。

【设计意图】 通过学生有意识地用“向量法”解决平面几何问题，总结“向量法”解决平面几何问题的基本步骤(三部曲)：



同时掌握线段与向量的模以及向量的模与向量的数量积之间的关系。

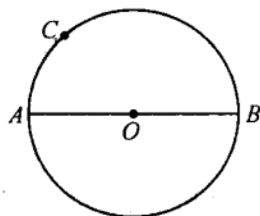
追问：根据你的解题经验，你认为哪一步最关键？

预设学生回答：转化或运算。

【如何转化问题】

随堂练习 1：

如图，已知圆 O，AB 为直径，C 为圆周上不同于 A、B 的点，用向量法证明 $AC \perp CB$。



【活动方式】 先让学生独立思考，当一部分学生开始解答后，为其他学生做适当提示，再观察，为下不了手的学生设基底。

[学生解答 1]

设 $\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$，则$\overrightarrow{AC}=\vec{c}+\vec{b}$，$\overrightarrow{BC}=\vec{c}-\vec{b}$，

$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BC}=(\vec{c}+\vec{b})(\vec{c}-\vec{b})=|\vec{c}|^2-|\vec{b}|^2=r^2-r^2=0$。

所以 $\overrightarrow{AC}\perp\overrightarrow{BC}$，即 $AC\perp BC$。

[学生解答 2]

以 AB 所在直线为 x 轴，过 O 与 x 轴垂直的轴为 y 轴，建立平面直角坐标系，则 $A(-a,\ 0)$，$B(a,\ 0)$，$C(x,\ y)$，且 $x^2+y^2=a^2$。

由 $\overrightarrow{AC}=(x+a,\ y)$，$\overrightarrow{BC}=(x-a,\ y)$，

得 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BC}=(x+a)(x-a)+y^2=x^2-a^2+y^2=x^2+y^2-a^2=0$。

所以 $\overrightarrow{AC}\perp\overrightarrow{BC}$，即 $AC\perp BC$。

[教师总结] 基底要选有联系的两个不共线向量，建坐标系要

让较多的已知量在坐标轴上。

问题 3：把你的方法和其他同学的方法进行对照，有什么异同？

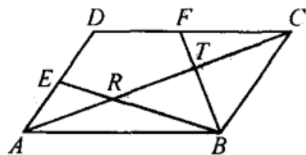
解题反思：____。

【设计意图】 学生对这个题可能有两种方法：几何法或坐标法，从而引进向量运算的两种形式：几何形式、坐标形式。

点评："怎样把几何问题转化为向量问题"是向量方法解决平面几何问题的核心。如果选用向量几何运算法，则解决这一问题的根本是基底的选择；如果选择向量坐标法，则解决这一问题的根本是坐标系的选择与坐标的表示。

【如何用基底表示向量】

例 2. 如图，平行四边形 $ABCD$ 中，点 E、F 分别是 AD、DC 边的中点，BE、BF 分别与 AC 交于 R、T 两点，你能发现 AR、RT、TC 之间的关系吗？



导问 1：猜想结论。（学生猜想回答）

导问 2：通过几何画板动态演示 AR、RT、TC 的度量结果。

（目的：学生通过实验验证猜想）

导问 3：提示学生用向量方法验证猜想。

① $\overrightarrow{AR}$、$\overrightarrow{RT}$、$\overrightarrow{TC}$都与哪个量有关？

② 这个量常常表示为什么形式？

③ $\overrightarrow{AR}$能表示成这个形式吗？

【活动方式】 师生共同分析，教师板书。

解：设 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AR}=\vec{r}$，则$\overrightarrow{AC}=\vec{a}+\vec{b}$。

由于$\overrightarrow{AR}$与$\overrightarrow{AC}$共线，

所以，设 $\vec{r}=n(\vec{a}+\vec{b})$，$n\in\mathbf{R}$。

因为 $\overrightarrow{EB}=\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AE}=\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}$，

且 $\overrightarrow{ER}$ 与$\overrightarrow{EB}$ 共线，所以设$\overrightarrow{ER}=m\overrightarrow{EB}=m\left(\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}\right)$，

则 $\vec{r}=\overrightarrow{AR}=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{ER}=\frac{1}{2}\vec{b}+m\left(\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}\right)$。

由 $n(\vec{a}+\vec{b})=\frac{1}{2}\vec{b}+m\left(\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}\right)$，得

$$(n-m)\vec{a}+\left(n+\frac{m-1}{2}\right)\vec{b}=0。$$

由于 $\vec{a}$ 与$\vec{b}$ 不共线，必须使 $n-m=0$ 且 $n+\frac{m-1}{2}=0$，解得 $n=m=\frac{1}{3}$。

所以 $\overrightarrow{AR}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$，同理$\overrightarrow{TC}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$，则$\overrightarrow{RT}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$，

即 $AR=RT=TC$。

问题 4：解答中出现的“$\overrightarrow{AR}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$”中的$\frac{1}{3}$是如何求出来的？

预设答案：待定系数法。

【设计意图】 使学生进一步巩固用向量法解决平面几何问题的“三部曲”，同时体会待定系数法是向量法证明平面几何问题的常用方法（待定系数法帮助将一个向量有效的分解在一组基底上）。

通过两个例题及练习，使学生体会向量可以把几何结构代数化，进而程序化。

体会向量及其代数运算可以刻画几何对象以及几何对象间的相对位置，因此可以利用向量工具把平面几何问题转化为向量计算问题。

[学生解题预测] 利用平面几何知识解决：

(1) $\triangle CTF$ 与$\triangle ATB$ 相似，相似比为$\frac{1}{2}$；

(2) 连结 BD 与 AC 交于点 H，H 为 BD、AC 中点，所以 T、R 分别为$\triangle ABD$ 与$\triangle CBD$ 的重心。

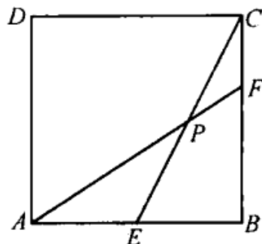
[教师引导] 利用向量方法解决平面几何问题时，不能忽视几

何方法解决平面几何问题的重要作用。

【两种方法表示向量的区别】

随堂练习 2：

如图，已知四边形 $ABCD$ 是边长为 6 的正方形，E 为 AB 的中点，点 F 在 BC 上，$BF:FC=2:1$，AF 与 EC 相交于点 P，求四边形 $APCD$ 的面积。



问题 5：把你的方法和别的同学的方法进行对照，有什么异同？

解题反思：________________________。

【设计意图】 学生对这个问题可能用到两种方法：几何法或坐标法，通过坐标法体现坐标对向量运算的辅助作用：使向量运算更简便（这时平面几何问题转化为向量计算问题）。有的学生也会用直线方程求交点 P 的坐标，从而用图形分割求面积，这样就通过坐标系使平面向量和解析几何联系起来。

【课堂小结】

(1) 用________方法，解决________问题，步骤是：__________。

(2) 平面几何问题通过________，________转化为向量计算问题。

【设计意图】 通过填空的方式使学生对这节课的方法形成较系统的整合。

四、板书设计

§2.5.1 平面几何中的向量解法步骤：	例 2：解题展示
平面几何问题 $\xrightarrow{\text{转化}}$ 向量问题 $\xrightarrow{\text{运算}}$ 向量结果 $\xrightarrow{\text{翻译}}$ 平面几何结果	
几何法：选基底　用基底表示向量	
坐标法：建立坐标系　用坐标表示向量	

【设计意图】 在板书设计上，左侧写出解题的步骤，突出本节课的重点；下面是转化方法，突出本节课的难点。右侧是例 2 解题板书，给学生示范。虽然本节课用的是多媒体，但它的定位是辅助教学，重点、难点、解题示范过程需要板书，因为板书能反映生成的过程，有助于学生更好的学习。

五、作业设计

【课后思考】

1. 联想平面向量在平面几何中的作用，立体几何中是否也有起类似作用的量？

【设计意图】 为学有余力的学生提供思考空间。学生通过联想（立体几何与空间直角坐标系）、类比（平面向量对平面几何的辅助作用）去思考，开阔学生思路，为后续学习向量法解决立体几何问题做好铺垫。

【课后作业】

1. 课本 113 页：A 组第 1、2 题；B 组第 3 题。

2. 课本 120 页：B 组第 9 题。

【设计意图】 巩固所学方法。

六、课后目标检测

1. 已知$\triangle ABC$，$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{CA}=\vec{b}$，且$\vec{a}\cdot\vec{b}>0$，则$\triangle ABC$的形状为________。

2. 已知$\triangle ABC$的顶点坐标为$A(1, 1)$，$B(4, 1)$，$C(4, 5)$，求$\cos\angle A$、$S_{\triangle ABC}$。

3. 平面直角坐标系中，O为坐标原点，已知两定点$A(1, 0)$，$B(0, -1)$，动点$P(x, y)$满足$\overrightarrow{OP}=m\overrightarrow{OA}+(m-1)\overrightarrow{OB}$（$m$取实数），求点$P$的轨迹方程。

【设计意图】 预计在课后完成，实现学生对这节课的自我检测；如果课堂教学内容完成较好，可在课堂内完成。

案例 2　函数的单调性

一、教学目标

【知识与技能】

（1）学生通过观察二次函数图象的升降，形成对增（减）函数的直观认识。

（2）学生通过具体函数值的大小比较，认识函数值随自变量的增大而增大（减小）的规律，由此得出增（减）函数的定义。

（3）学生在理解函数单调性定义的基础上，会用定义证明函数的单调性，会运用函数的单调性按照一定的方法和步骤解决相关的问题。

【过程与方法】

（1）学生在探索函数单调性的过程中，提高观察、分析、思考、类比、归纳等数学能力，同时感受数形结合、从具体到抽象、从特殊到一般的数学思想方法。

（2）学会运用函数图象研究理解函数性质的方法。

【情感、态度与价值观】

通过探索函数单调性的过程，形成理性思维的习惯，养成锲而不舍的钻研精神。

二、教学重点、难点

教学重点：

（1）函数单调性形式化定义的形成。

（2）理解函数单调性的意义。

教学难点：

（1）形成概念的过程中，函数增减性的数学符号语言表达即解

析式表达。

(2) 用定义证明函数的单调性。

三、教学流程

(一) 情境导入

首先通过复习函数的作用是描述事物运动变化规律的工具，使学生认识到了解函数的变化规律(即性质)，就可以基本把握相应事物的变化规律，因此研究函数的性质是非常重要的。然后师生共同观察教材中三个图象的变化规律，确定这节课的任务：研究函数的单调性。

【设计意图】 使学生感受到研究函数性质是联结前面学习内容的必然任务，同时启发学生发现由函数图象获取函数性质的方法。

(二) 探索“新知”

“认识函数的单调性”这一环节由三步完成。

第一步：形成单调性的初步认识

1. 学生观察图象，明确任务。

通过观察函数 $f(x)=x$ 与 $f(x)=x^2$ 的图象，归纳出“上升”、“下降”的变化趋势。

师：比较函数 $f(x)=x$ 与 $f(x)=x^2$ 的图象，指出他们的不同点。

学生分析归纳：有的函数这种变化趋势一致，有的函数这种变化趋势不一致。

师归纳：函数图象的这种变化规律就是函数性质的反映，也是我们今天的研究任务：函数的单调性。

师：下面我们继续上面的问题，研究如何描述函数图象的这种“上升”、“下降”的变化，我们以 $f(x)=x^2$ 为例研究。

【设计意图】 在这里使学生明确研究任务。

学生分析图表，观察图象动点，形成对图象性质的文字描述：

观察 $f(x)=x^2$ 的图象上动点的变化，发现动点向上运动中形成右边点比左边点高。（**动点变化由几何画板完成**）

师：① 是不是任意两点都有这样的关系？

② 若有两点满足右边点比左边点高能不能说明图象是上升的？

【设计意图】 为单调性定义中的“任意”作铺垫。

学生分析：在上升部分任意两点满足右边点比左边点高，反之“有两点满足右边点比左边点高”不能说明图象是上升的，只有满足“任意两点右边点比左边点高”才可以说明图象是上升的。

师：下面我们研究如何用对应变量 x、y 来描述函数图象的这种“上升”、“下降”，以 $f(x)=x^2$ 为例描述。

2. 分析图表，观察图象动点。

(1) 填写下表，并分析数据，对比图象与表格，描述“上升”、“下降”在表格中的体现。

x	…	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	…
$f(x)=x^2$	…										…

学生通过分析得出：图象在 y 轴左侧下降描述为：在 $(-\infty, 0]$ 上随着 x 取值的增大，相应 $f(x)$ 的值反而在减小；图象在 y 轴右侧上升描述为：在 $(0, +\infty)$ 上随着 x 取值的增大，相应 $f(x)$ 的值也在增大。

(2) 观察 $f(x)=x^2$ 的图象上动点 C 的变化过程中，对应横、纵坐标的变化。

教师当堂演示几何画板作函数图象及跟踪点 C 的变化。（填写表格）学生体会“随着 x 取值的增大，相应 $f(x)$ 的值反而在减小”，以及“随着 x 取值的增大，相应 $f(x)$ 的值也在增大”的意义。

【设计意图】 帮助学生从对单调性的图象认识，过渡到对单调性的代数化认识。

3. 得出用符号语言对函数图象上升的概括。

师：上述对函数图象上升、下降变化特征的描述为文字语言描述，我们能否用符号语言描述呢？具体以 $f(x)=x^2$ 在区间$(0,+\infty)$上为例，探究如何用解析式 $f(x)=x^2$ 描述“随着 x 取值的增大，相应 $f(x)$ 也在增大”这一特征。

生：(思考回答)

师：(评价学生回答，就其中 x 的取值提问)x_1、x_2 能取特殊值吗？

生：(举反例，说明问题)

师：(评价学生的回答)总结归纳：在区间$(0,+\infty)$上，任取 x_1、x_2，当 $x_1<x_2$ 时，都有 $x_1^2<x_2^2$ 或 $f(x_1)<f(x_2)$，我们说函数 $f(x)=x^2$ 在区间$(0,+\infty)$上为增函数。

对一般函数 $y=f(x)$，如何定义增函数？学生思考、表达、交流，共同分析，教师评价、修改补充，参考课本给出增函数定义。

【设计意图】 针对学生的归纳能力较差和函数单调性定义较抽象的情况，以描述具体函数 $f(x)=x^2$ 的递增性质为载体，让学生逐步得出一般函数 $y=f(x)$ 单调递增的符号描述。体现特殊到一般的思考方式。

第二步：得出单调性的严格定义

(1) 增函数定义：师生共同分析给出。

(2) 减函数定义：学生对比“增函数”定义得出“减函数”定义。

【设计意图】 学生通过类比的方法得到 $y=f(x)$ 单调递减的定义。

(3) 仿照增函数，学生将 $f(x_1)<f(x_2)$ 表示为 $f(x_1)-f(x_2)<0$(为作差法作铺垫)。

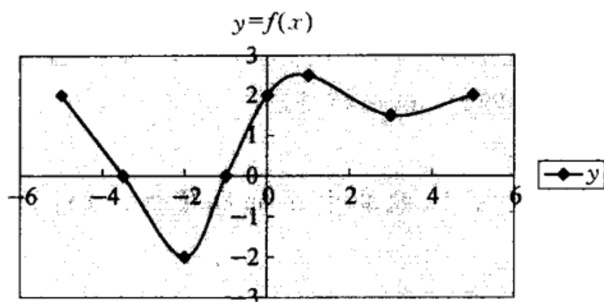
第三步：加深对单调性的认识

在这个环节中，通过 2 个例题和 1 组练习让学生从观察、思考、探究、表达、练习的过程中加深对函数单调性的认识。

例 1：下图是定义在区间$[-5,5]$上的函数 $y=f(x)$，根据图象

PDG

说出函数的单调区间，以及在每一单调区间上，它是增函数还是减函数？



【设计意图】 ① 学生通过图象来确定函数的单调性、单调区间。

② 对于区间端点值的单调性问题，可以解释为：函数的单调性是对定义域内某个区间而言的，对于单独的一点它的函数值是唯一确定的数，没有增减变化，所以不讨论单调性。

③ 虽然函数在区间$[-5, -2)$、$[1, 3)$上都是减函数，但不能说函数在$[-5, -2)\cup[1, 3)$上是减函数，从而认识到单调区间是定义域的子集，但不能随意取并集。

④ 学生通过对这一道题的整体认识，逐步体会到函数的单调性是函数的局部性质。

例 2：物理学中的玻意耳定律 $p=\dfrac{k}{V}$（k 为正常数）告诉我们，对于一定量的气体，当其体积 V 减小时，压强 p 将增大。试用函数的单调性给予证明。

【设计意图】 ① 通过函数单调性证明物理学中的玻意耳定律，使学生感受到函数单调性的初步应用。

② 使学生加深对定义的理解，同时明确利用定义证明函数单调性的基本步骤。

练习 1：

(1)（教材练习）整个上午(8:00—12:00)天气越来越暖，中午时

分(12:00—13:00)一场暴风雨使天气骤然凉爽了许多。暴风雨过后,天气转暖,直到太阳落山(18:00)才又开始转凉。画出这一天8:00—20:00期间气温作为时间函数的一个可能的图象,并说出函数的单调区间。

【设计意图】 学生通过画图体会函数单调性在实际生活中的应用。

(2) 如果函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上是增函数,那么对于任意的 x_1, $x_2 \in [a, b]$, $x_1 \neq x_2$,则下列结论不正确的是(　　)。

(A) $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}>0$

(B) $(x_1-x_2)[f(x_1)-f(x_2)]>0$

(C) $f(a)<f(x_1)<f(x_2)<f(b)$

(D) $\dfrac{x_1-x_2}{f(x_1)-f(x_2)}>0$

【设计意图】 学生通过对单调递增定义等价形式的辨认,进一步加深对单调性定义的理解,另外等价形式中的比值形式为后续学习中的“斜率”、“导数”定义都起到奠基的作用。

(3) 对于区间 $[a, b]$ 上的某两个自变量 x_1、x_2,当 $a<x_1<x_2<b$ 时,有 $f(a)<f(x_1)<f(x_2)<f(b)$,则函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 单调增,以上说法是否正确?请画图说明理由。

【设计意图】 学生通过说明上述说法的错误性,加深对函数单调性定义中 x 取值“任意”的必要性的理解。

(4) 请根据 $y=\dfrac{1}{x}$ 的图象,指出此函数的定义域 I,并讨论它在定义域 I 上的单调性是怎样的?证明你的结论。

【设计意图】 通过探究 $y=\dfrac{1}{x}$ 的单调性,启发学生对旁注“通过观察图象,先对函数是否具有某种性质作出猜想,然后通过逻辑推理,证明这种猜想的正确性,是研究函数性质的一种常用的方法”的认识。然后通过思考函数 $y=\dfrac{1}{x}$ 在定义域上为什么不具有单调

性，再加深对函数的单调性定义中“任意”的理解。

前面已经有函数单调性的简单应用：例 2(学科之间的联系)、练习 1 中的(1)(生活中的应用)，然后再通过以下练习使学生体会函数单调性在学科内部的应用。

练习 2：

已知函数 $y = f(x)$ 在$[0, +\infty)$ 上是减函数，试比较 $f(1)$ 与 $f(2)$ 的大小。

【设计意图】 在已知函数单调性的情况下，通过比较 $f(1)$与 $f(2)$的大小，使学生进一步理解单调性中“y 随着 x 的增大而增大，y 随着 x 的增大而减小”的意义。

四、课堂小结

让学生思考、回答下列问题：

1. 增、减函数的图象有什么特点？如何根据图象指出单调区间？

2. 怎样用定义证明函数的单调性？

3. 通过这节课的学习你有什么收获？受到什么启发？

【设计意图】 通过师生对话形成对这节课的概括，如果时间允许可由学生思考、教师归纳，加深印象，若时间不足的话可留到课后，通过学生反思形成对课堂内容的复习巩固。

五、课后作业

习题 1.3A 组：第 1、2、3、4 题

【设计意图】 ① 第 1、2 题可巩固“利用图象、根据定义判断函数单调性”的方法。

② 第 3 题既可以巩固“根据定义判断函数单调性”，又可以对以前学过的知识进行总结，同时体现分类讨论的思想。

③ 第 4 题体现函数单调性的实际应用。

六、板书设计

函数的单调性		多媒体区域:演示
一、函数单调性定义	例 2 过程	① 引入时的一次、二次函数图象
二、应用		
① 由图象求单调区间		② 几何画板中动点变化与坐标变化的关系
② 由定义证明单调性		
③ 由函数单调性比较大小		③ 例 1
		④ 例 2
		⑤ 出示练习

案例 3　对数函数及其性质

一、教学目标

【知识与技能】

(1) 能说出什么是对数函数,会判断出某一函数是否为对数函数。

(2) 会用描点法、图象变换法或借助计算器、计算机画出具体的对数函数的图象。

【过程与方法】

通过类比指数函数的研究方法,探索并了解对数函数的性质,让学生进一步体会“从特殊到一般”、“从具体到抽象”的研究方法,感受类比、数形结合、分类等重要的数学思想方法。

【情感、态度与价值观】

学生体验数学活动中充满着探索性和创造性,并在数学活动中获得成功的体验,树立自信心,养成实事求是的科学态度。

二、教学重点、难点

重点:对数函数的图象和性质。

难点:由若干个具体对数函数的图象归纳出对数函数的性质。

三、教学流程

本节课的教学流程设计如下:

问题 1:回忆指数函数的研究过程以及指数函数的性质。

【设计意图】 通过复习指数函数,让学生熟悉函数性质研究的内容,熟悉函数性质研究的一般方法——借助图象研究性质。

师生活动:学生思考、回答问题,教师归纳并用幻灯片演示指数函数的性质。

问题 2:"§2.2.1 对数与对数运算"中的例 6 得出生物生存年数 t 与其体内每克组织的碳 14 含量 P 之间有如下关系:$t=\log_{\sqrt[5730]{\frac{1}{2}}}P$。利用计算器计算分别当 $P=0.8$、0.4、0.1、0.01 时 t 的值,并判断 t 是否为 P 的函数?

【设计意图】 通过设置问题情境,引出对数函数的定义。让学生熟悉对数函数的实际背景,初步感受对数函数是刻画现实世界的又一重要数学模型,让学生体会到数学来源于生活又服务于生活。

师生活动:先让学生利用计算器算出 t 的值,然后教师引导学生体会"对每一个碳 14 的含量 P 的取值,通过对应关系 $t=\log_{\sqrt[5730]{\frac{1}{2}}}P$,生物生存年数 t 都有唯一的值与之对应,从而 t 是 P 的函数",最后引出对数函数的定义。

问题 3:根据对数函数的定义判断,函数 $y=\log_a 2x$, $y=2\log_2 x$ 是对数函数吗?

【设计意图】 加深学生对对数函数概念的理解。

师生活动:学生思考、判断,教师点评。教师指出对数函数的定义与指数函数类似,都是形式化定义。$y=\log_a 2x$, $y=2\log_2 x$ 都不是对数函数,只能称其为对数型函数。

问题 4：请你类比前面研究指数函数的思路，试提出研究对数函数图象和性质的方法。

【设计意图】 通过类比得出对数函数性质的方法，也对指数函数知识进行了巩固、深化和提高，体现了对函数研究的一般方法，即“数”与“形”相结合、从特殊到一般、从具体到抽象。

师生活动：学生讨论、交流，教师引导、归纳。师生共同得出研究对数函数的图象和性质的方法。

对数函数图象和性质的研究步骤如下：

第一步，在同一坐标系中画出对数函数 $y=\log_2 x$ 和 $y=\log_{\frac{1}{2}} x$ 的图象(描点法或图象变换法)，并根据图象特征得出函数具有的性质。

第二步，利用计算机，在同一坐标系中分别画出底数 a 为 $\frac{1}{3}$、$\frac{1}{4}$、$\frac{1}{5}$、$\frac{1}{9}$、3、4、5、9 时相应的对数函数的图象。观察图象，寻找有何共同的特征。

问题 5：根据上述探究，你能得出对数函数具有哪些性质？并完成下表。

<table>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>图象</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="4">性质</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
</table>

【设计意图】 从具体到抽象，从特殊到一般，让学生归纳、总结函数性质，提高学生分析问题、解决问题的能力。

师生活动：让学生开展讨论、交流，通过探究活动，让学生逐渐

认识到对数函数底数 a 变化时，图象的变化特点，从变化中寻找不变的性质，最后抽象出对数函数性质。然后用“几何画板”演示对数函数图象，拉动底数变化时的图象，验证学生的推断。

问题 6：课后完成指数函数和对数函数性质对照表，比较它们之间的异同。

名　称	指数函数	对数函数
一般形式		
图象		
定义域		
值域		
单调性		

【设计意图】　进一步强调对数函数和指数函数间的内在联系，也为反函数的讲解奠定基础。

例 1：求下列函数的定义域：

(1) $y=\log_a x^2$；

(2) $y=\log_a(4-x)$。

【设计意图】　通过求对数函数的定义域，加深对对数函数的理解，让学生明确对数函数定义中对底数和真数的限制，培养学生应用意识。

师生活动：学生独立完成，教师点评。

例 2：比较下列各组数中两个值的大小：

(1) $\log_2 3.4$，$\log_2 8.5$；

(2) $\log_{0.3} 1.8$，$\log_{0.3} 2.7$；

(3) $\log_a 5.1$，$\log_a 5.9$ ($a>0$，且 $a\neq 1$)。

【设计意图】　让学生应用对数函数的单调性比较两个数的大小，熟悉对数函数的性质，渗透用函数的观点解决问题的思想方法。

师生活动：学生思考、讨论、交流后，说出比较大小的方法。教师进行归纳总结，可以利用对数函数的图象比较大小，也可以利用对数函数的单调性比较大小，也可以直接用计算器计算对数值比较大小，应着重强调利用对数函数的单调性比较两个对数值大小的方法。

练习：第 73 页练习的第 2、3 题。

【设计意图】 检验学生对例 1 和例 2 的掌握程度及存在问题，培养学生分析问题、解决问题的能力。

问题 7：通过本节课的学习，你有哪些收获？试从知识点和思想方法等角度进行小结。

【设计意图】 通过让学生回忆学过的相关知识，使学生对本节课有一个全面和系统的认识，便于对知识的掌握和应用。

课堂小结：

请同学们归纳小结本节课学习、研究了有关函数的哪些内容？研究的方法是什么？（不足之处教师补充说明。）你有什么感受和困惑？

（1）对数函数的定义。

（2）对数函数的图象和性质。

（3）研究函数性质的一般方法：数形结合、由特殊到一般、由具体到抽象。

四、板书设计

§2.2.2　对数函数及其性质	
1. 对数函数的定义 2. 对数函数的图象和性质	例题讲解 例 1 例 2

五、作业设计

1. 完成问题 6。

2. 习题 2.2 第 7、8 题。

【设计意图】 巩固本节课所学的知识，培养学生对知识运用的能力，通过知识点的应用使学生的认知更上一层楼。习题 2.2 第 7 题是求函数的定义域，要求学生知道对数式满足的条件，并会利用对数函数的单调性解简单的对数不等式。习题 2.2 第 8 题是利用对数函数的单调性比较两个对数值大小，并渗透分类讨论的思想。

六、课后目标检测

1. 函数 $y=\log_a(1-x)^2\ (a>0,\text{且 } a\neq 1)$ 的定义域为________。

2. 已知集合 $A=\{y\mid y=\log_2 x,\ x>1\}$，$B=\left\{y\middle|y=\left(\frac{1}{2}\right)^x,\ x>1\right\}$，则 $A\cap B=$________。

3. 已知 $\log_m 7<\log_n 7<0$，按大小顺序排列 m、n、0、1。

4. 求函数 $y=2+\log_2 x\ (x\geqslant 1)$ 的值域。

【设计意图】 查漏补缺，对本节课学习情况进行了解，让学生做到心中有数，及时发现学习中存在的欠缺之处。

案例 4 函数的奇偶性

一、教学目标

【知识与技能】

(1) 能概括和说出(了解)函数奇偶性的定义；

(2) 能利用定义判断函数的奇偶性(可简称为定义法)；

(3) 能利用图象判断函数的奇偶性(可简称为图象法);

(4) 能综合运用函数的奇偶性解决一些简单的相关问题。

【过程与方法】

在学习函数的性质过程中,引导学生经历“三部曲”:

第一步,观察具体函数的图象,描述图象特征;

第二步,结合相应的数值表,用日常描述性语言描述函数特征;

第三步,引进数学符号,用形式化语言描述函数性质。

通过独立思考、自主探索、动手实践、合作交流、阅读自学等方式学习数学,体会从直观到抽象的过程,通过层层深入的思考与探究,经历数学知识的发现和创造过程,体会数学思考和探索活动的基本规律,养成良好的思维习惯,形成有条理地、符合逻辑地进行思考、推理、表达与交流的能力。体会和感受数学建模思想的内涵及数学本质,逐步提高创新意识和实践能力。

【情感、态度与价值观】

学生在观察、分析、比较、归纳和概括的过程中,培养良好的思维习惯,学习数学的科学精神,通过相互间的合作交流,培养合作意识和集体精神,通过经历从具体到抽象概括、从特殊到一般归纳的过程,初步体会唯物辩证主义思想,并树立学好数学的信心。

二、教学重点、难点

重点:会用定义法和图象法判断函数的奇偶性。

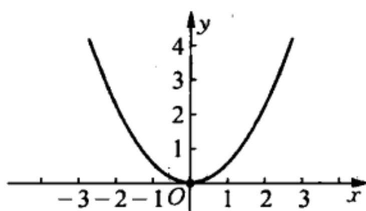
难点:根据具体函数概括奇偶性的定义和简单应用。

三、教学流程

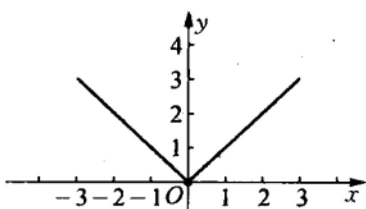
(一) 引例 1:(偶函数学习过程)

观察与思考:下图中两个函数图象有什么共同特征?

(几何画板给出)



x	−3	−2	−1	0	1	2	3
$f(x)=x^2$	9	4	1	0	1	4	9



x	−3	−2	−1	0	1	2	3
$f(x)=\|x\|$	3	2	1	0	1	2	3

【设计意图】

1. 两题都是教材所用引例，它们都从解析式和图象两方面反映偶函数的特点，用来帮助学生认识偶函数。

2. 从问题出发引导学生观察、分析、思考，培养学生良好的思维习惯，同时引导学生从具体到抽象概括函数奇偶性的性质。

【师生活动】

1. 教师引导：同学们可以从它们的图象、函数值、解析式等方面来分析研究其共同特征。

2. 学生独立思考几分钟后，教师可让部分同学和大家一起交流，让学生充分发表自己的意见。

3. 教师：我们把像 $f(x)=x^2$ 和 $f(x)=|x|$ 这样的函数称作偶函数。哪位同学能用自己的语言，抓住问题的本质，给偶函数下一个定义？

4. 让学生给出自己的定义，集体交流。预计有的用图象定义，有的用解析式定义，教师都予以肯定，然后给出定义(课件出示)：

一般地，如果对于函数 $f(x)$ 的定义域内任意一个 x，都有 $f(-x)=f(x)$，那么函数 $f(x)$ 就叫做偶函数。

5. 教师：你认为定义中有哪几个要点?（学生思考，然后集体交流）

师生总结：

① "任意一个 x"：覆盖整个定义域，一个也不例外；

② $f(-x)=f(x)$；

③ "任意一个 x"及 $f(-x)=f(x)$ 表明：$-x$ 和 x 都在定义域内，称为定义域关于原点对称。

6. 让学生给出一些偶函数的例子。

【设计意图】

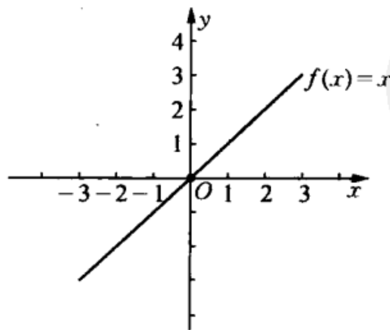
教学活动要以学生为中心，所有活动把学生放在首位，先让学生观察、分析、思考，用自己的语言去描述个人观点，从而训练其思维能力，培养学习习惯以及数学的理性精神。

同时不仅让学生参与知识的形成、产生、发展过程，也让学生体验获取知识的快乐与成功。

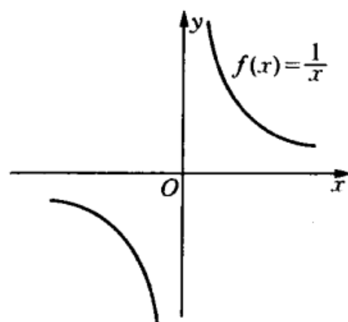
(二) 引例 2：(奇函数学习过程)

观察与思考：下图中两个函数图象有什么共同特征?

(几何画板给出)



x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)=x$				0			



x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)=\frac{1}{x}$				/			

（研究过程仿照引例 1 进行）

【设计意图】 学习奇函数的概念。

（三）例题分析

例 1：判断下列函数的奇偶性：

(1) $f(x)=x^4$；　　(2) $f(x)=x^5$；

(3) $f(x)=x+\frac{1}{x}$；　　(4) $f(x)=\frac{1}{x^2}$。

处理过程：

1. 先让学生分析、思考，用什么方法和依据判断？

让部分学生讲述自己的理由。（定义法）

2. 教师示范第(1)题的解答，其余三个请三位学生板演，其他学生自行练习。

3. 总结定义法的一般步骤(让学生完成)：

① 求定义域，判断其是否关于原点对称；

② 对称时，判断 $f(-x)=f(x)$ 还是 $f(-x)=-f(x)$；

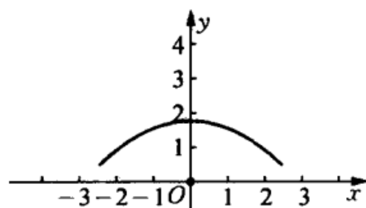
③ 依定义得出结论。

【设计意图】

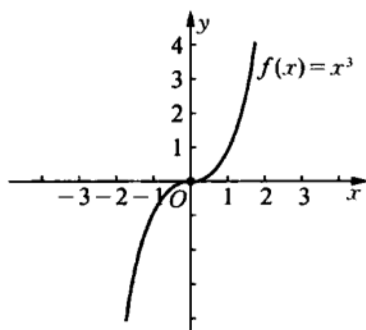
本例给出函数解析式，是一组基本题，让学生通过动手练习，巩固对概念的认识。

例 2：观察下列函数的图象，指出函数的奇偶性(几何画板给出)：

(1) $f(x)=\dfrac{2}{x^2+11}$；



(2) $f(x)=\dfrac{1}{x^3}$。

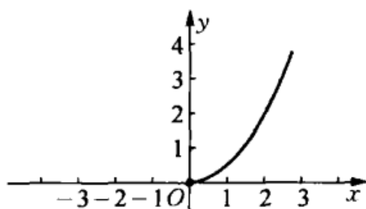


师生活动：结合定义让学生给出结论。

奇函数图象关于原点中心对称，反之亦然；偶函数图象关于 y 轴对称，反之亦然。

(四) 课堂练习

课堂练习 1：已知函数 $f(x)=x^3+x$ 图象的一部分如下，你能画出它的另一部分吗？(学生自己完成，交流讨论)



【设计意图】

本例给出函数图象，是一组技能题，让学生通过动手练习，巩固对概念的认识，提高对函数的奇偶性多角度的认知。

例1、2分别利用定义判断函数的奇偶性和利用图象判断函数的奇偶性，帮助学生全面认识函数的奇偶性，从而达到目标2和目标3。练习已涉及函数奇偶性在作函数图象中的应用。

课堂练习2：

1. 判断下列函数的奇偶性：

(1) $y=\sqrt{x^2-1}+\sqrt{1-x^2}$；

(2) $y=x^2,\ x\in[-1,\ 2]$；

(3) $y=\sqrt{1-x}+\sqrt{x-1}$；

(4) $g(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}x^2+1,\ x>0,\\ -\frac{1}{2}x^2-1,\ x<0。\end{cases}$

【设计意图】

变式与反例能帮助学生更全面和深刻理解概念，特设计此练习。

2. 填空(填“奇”或“偶”)：

(1) 若函数 $f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，则函数 $xf(x)$ 是________函数；

(2) 若函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 都是 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，则函数 $f(x)+g(x)$ 是________函数；$f(x)g(x)$ 是________函数；

(3) 若函数 $f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，则函数 $F(x)=f(x)+f(-x)$ 是________________函数。

【设计意图】

填空题形式上可节约时间。本题给学有余力者探究抽象函数的奇偶性提供机会。

（五）课堂小结

判断函数的奇偶性有哪些方法？（学生思考、合作完成）

四、板书设计

§1.3.2　函数的奇偶性	
一、函数的奇偶性的定义	三、例题分析
1. 偶函数的定义	例 1
2. 奇函数的定义	例 2
二、函数的奇偶性的判断方法	
1. 定义法	
2. 图象法	

【设计意图】　在板书的设计上，左侧写出主要知识要点，突出本节课的重点，右侧中间是三个例题的解答过程，整体布局突出本节课的核心思想。虽然本节课用的是多媒体，但它的定位是辅助教学，不少内容需要在多媒体上，但也有许多内容需要板书，因为板书反映生成的过程，有助于学生更好的学习。

五、作业设计

1. 第 39 页习题 1.6　A 组第 6 题。

2. 函数 $f(x)$是 **R** 上的奇函数，且在$(0, +\infty)$上是增函数，那么 $f(x)$是增函数还是减函数？为什么？函数 $f(x)$是 **R** 上的偶函数呢？

3. 已知函数 $f(x)$和 $g(x)$都是 **R** 上的奇函数，设 $F(x)=af(x)+bg(x)+2$（a、b为常数），若$F(5)=7$，则$F(-5)=$________。

4. 设函数 $f(x)$是 **R** 上的奇函数，当 $x>0$ 时，$f(x)=x(1-x)$，求当 $x<0$ 时 $f(x)$ 的解析式。

【设计意图】　综合应用所学知识解决简单的相关问题。其中

第 1、2 题是针对全体学生进行巩固训练的，要求学生能用定义熟练判断函数的奇偶性；第 3、4 题是给学有余力者的提高练习，要求其对抽象函数有一定的处理能力。

六、课后目标检测

1. 画出下列函数图象，指出其奇偶性和单调区间：

(1) $f(x) = x^2 + 1$；

(2) $f(x) = \frac{1}{x} - 2$。

2. 判断函数 $f(x) = x + \frac{1}{x}$ 的奇偶性。

【设计意图】 这三个目标检测题围绕本节课的主要知识点展开，主要检测学生对本节知识的掌握情况。

案例 5 三角函数模型的简单应用

一、教学目标

【知识与技能】

(1) 能根据解析式用描点法或几何变换法作出图象，提高学生的作图能力；

(2) 能根据图象或文字语言表述求 A、ω、φ 等参数，从而建立三角函数解析式，培养学生观察、分析图象，获取数据的能力；

(3) 会用三角函数解决一些简单的实际问题，体会三角函数是描述周期变化现象的重要数学模型。

【过程与方法】

在三角函数模型的应用过程中体会和感受数学建模思想的内涵及数学本质，经历数学建模的全过程，提高运用“形”与“数”相互转化的思想解决问题的能力，逐步提高创新意识和实践能力。

【情感、态度与价值观】

让学生在解决实际问题中体验数学价值和作用，认识数学和日常生活及其他学科的联系，从而使学生热爱数学学习。

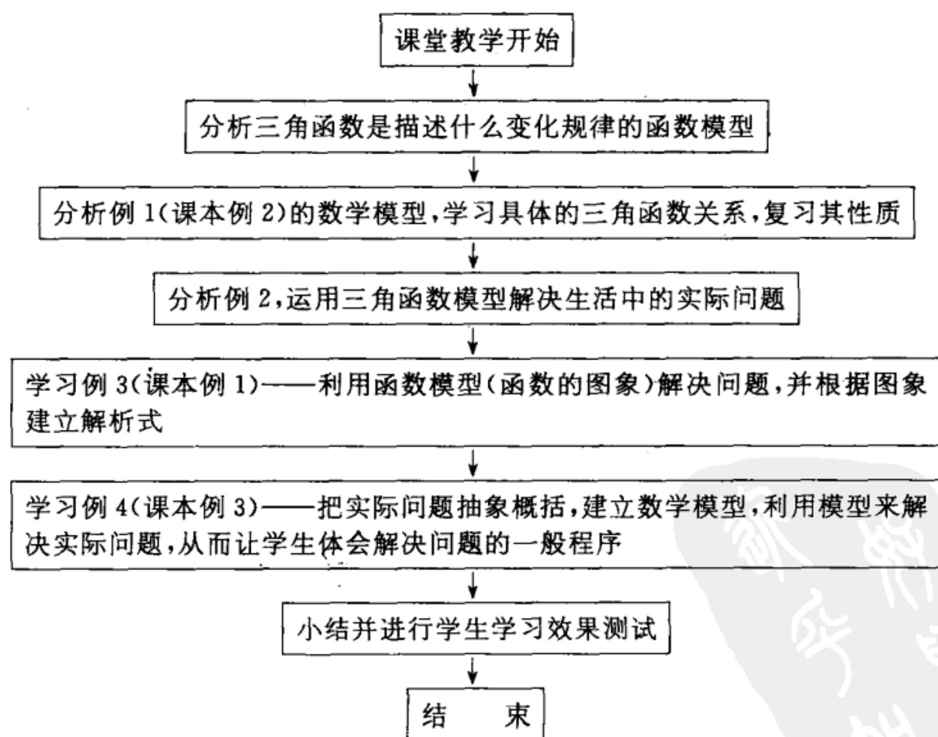
二、教学重点、难点

重点：用三角函数模型解决一些具有周期变化规律的实际问题。

难点：将实际问题抽象为三角函数模型。

三、教学流程

这是一节习题课，按照由易到难的认知规律，可确定如下的教学流程：



问题1：本章研究的是三角函数问题，函数研究的是两个变量之

间的一种对应关系，回忆以前所学过的指数函数、对数函数以及幂函数的模型常用来描述现实世界中的哪些规律？三角函数是描述什么变化规律的模型？

【设计意图】 三角函数是学生新学习的一类特殊的函数，通过回忆，使学生加强对新旧知识的联系。联系学生在《数学Ⅰ》中已经学习过“函数模型的应用实例”，将本节的应用模型纳入已有的函数模型应用中。

预设答案：前三类函数通常可以作为描述现实世界中不同增长规律的函数模型，三角函数是描述周期性变化规律的模型。

1. 数学模型——具体的数学函数关系

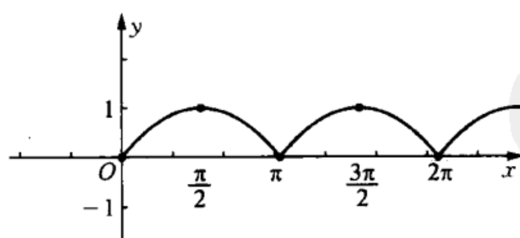
例1：请画出函数 $y=|\sin x|$ 的图象，并依据图象观察其周期。

【设计意图】 让学生复习三角函数的作图方法，并利用图象直观地研究三角函数的周期性，这样既通过对旧知识的复习，为新知识的学习作了铺垫，又渗透了数形结合思想。

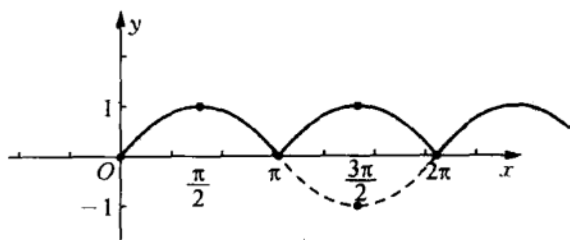
活动方式：教师给出问题，全体学生动手，由一名学生在黑板上展示自己的作业，教师给予总结、点评。

学生解答1：

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
y	0	1	0	1	0



学生解答2：



问题 2:你是用什么方法画出函数图象的?

追问 1:通过函数图象你能认识它的周期吗?

追问 2:结合函数的周期,你能用语言形象地描述图象的形状吗?

【设计意图】 使学生回顾一般情况下作三角函数图象的方法,纠正学生在画图象的过程中出现的错误,使学生学会从数与形两方面研究和认识函数的周期,学会用语言描述三角函数的图象。

师生共同总结:

(1) $y=|\sin x|$ 与 $y=\sin x$ 的区别与联系,以及由 $y=f(x)$ 的图象得到 $y=|f(x)|$ 的图象的一般规律。

(2) 周期性,通过观察图象可知 $T=\pi$。用解析式表示为 $f(x+\pi)=|\sin(x+\pi)|=|-\sin x|=|\sin x|=f(x)$。

(3) $y=|\sin x|$ 的图象是以 π 为周期的波浪形曲线。

变式练习:

(1) 你能说出函数 $y=|\sin 2x|$、$y=\frac{1}{2}|\sin x|$、$y=\left|\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\right|$ 的周期吗?

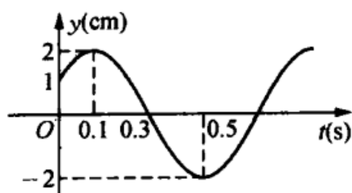
(2) 画出函数 $y=\sin|x|$ 的图象,并判断是否为周期函数。

【设计意图】 使学生理解参数 A、ω、ϕ 对函数周期性的影响,会利用函数的图象来判断某些特殊函数的周期。

2. 简单应用——解决生活中的实际问题

例 2:右图是一弹簧振子做简谐振动的图象,横轴表示振动的时

间，纵轴表示振动的位移，则这个振子振动的函数解析式为________。



【设计意图】 让学生尝试用三角函数解决简单实际问题，为例 3 自己动手解决问题奠定基础。

活动方式：首先，教师给出问题，学生动脑思考；然后，由一名学生口述分析解决问题的方法，并简要地叙述解题的过程；最后，教师进行方法总结、思路点评。

学生解答：

由图象可知 $A=2$。$\because \dfrac{T}{2}=0.5-0.1$，$\therefore T=0.8$。$\therefore \omega=\dfrac{2\pi}{T}=\dfrac{5\pi}{2}$，即 $y=2\sin\left(\dfrac{5\pi}{2}t+\phi\right)$。$\because$ (0.1, 2) 是"五点法作图"中的第二点，$\therefore \dfrac{5\pi}{2}\times 0.1+\phi=\dfrac{\pi}{2}$，$\phi=\dfrac{\pi}{4}$。$\therefore y=2\sin\left(\dfrac{5\pi}{2}t+\dfrac{\pi}{4}\right)$，$t\in[0,+\infty)$。

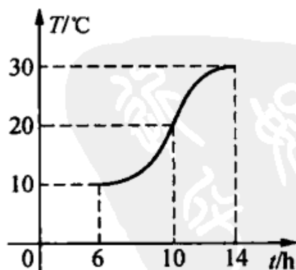
问题 3：你能总结出由图象求参数 A、ω、ϕ 的一般方法吗？

【设计意图】 引导学生回顾参数 A、ω、ϕ 的求法，突出求 ϕ 的两种常用解法。

请大家在前面学习的基础上来讨论下面的问题：

例 3：如图，某地一天 6～14 时的温度变化曲线近似满足函数

$$y=A\sin(\omega x+\varphi)+b。$$



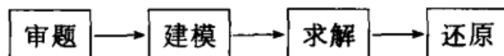
(1) 求这一天的最大温差；

(2) 写出这段曲线的函数解析式。

【设计意图】 引导学生学习利用函数的模型（函数的图象）解决问题（求一天的最大温差），并根据图象建立解析式。

问题 4：例 3 给出函数模型了吗？给出的函数模型是什么？要解决的问题是什么？怎样解决？

【设计意图】 数学模型方法就是通过对实际问题的抽象概括，建立起相应的数学模型，利用这些模型来研究实际问题，可以让学生体会到解决问题的一般程序：



活动方式：首先，师生对话，共同讨论、分析问题；然后，全体学生动手，尝试解决问题；最后，请一名学生在黑板上写出解答过程，教师再给予总结、点评。

学生解答：

(1) 由图象可知，这段时间的最大温差是 20℃。

(2) 从图象可以看出，6～14 时的图象是函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)+b$ 半个周期的图象，且

$A=\frac{1}{2}(30-10)=10$，$b=\frac{1}{2}(30+10)=20$。

$\because \frac{1}{2}\cdot T=14-6$，$\therefore T=16$。

$\because \frac{2\pi}{\omega}=16$，$\therefore \omega=\frac{\pi}{8}$。将 $x=6$，$y=10$ 代入 $y=10\sin\left(\frac{\pi}{8}x+\phi\right)+20$，解得 $\varphi=\frac{3\pi}{4}$。所以所求解析式为 $y=10\sin\left(\frac{\pi}{8}x+\frac{3\pi}{4}\right)+20$，$x\in[6,14]$。

教师归纳：

(1) 求 $y=A\sin(\omega x+\varphi)+b$，即确定 A、ω、ϕ、b 四个参数的值⇒待定系数法。

第一步：确定 A、b。

① 数的方法：$\begin{cases}A+b=30,\\-A+b=10\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}b=20,\\A=10。\end{cases}$

② 形的方法：依图象可知 $A=30-20$ 或 $A=20-10$，$b=20$。

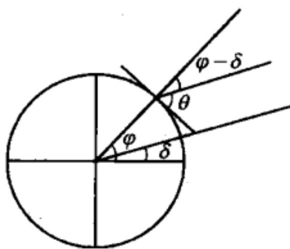
第二步：确定 T、ω。由图象可知 $\frac{1}{2}\cdot T=14-6$，$T=16$；由

$\frac{2\pi}{\omega}=T$ 得 $\omega=\frac{\pi}{8}$。

第三步：确定 φ。

(2) 要注意解析式中自变量的取值范围：例题中给出的是 6～14 时的一段图象，是半个周期。

例 4：如图，设地球表面某地正午太阳高度角为 θ，δ 为此时太阳直射纬度，φ 为该地的纬度值，那么这三个量之间的关系是 $\theta=90°-|\varphi-\delta|$。当地夏半年 δ 取正值，冬半年 δ 取负值。



如果北京地区(纬度数约为北纬 40°)的一幢高为 h_0 的楼房北面盖一幢新楼，要使新楼一层正午的太阳光全年不被前面的楼房遮挡，两楼间的距离不应小于多少？

【设计意图】 研究楼高与楼在地面投影长的关系问题，需要将实际问题抽象为与三角函数有关的简单函数模型，然后再根据所得的模型解决问题。这可以引导学生注意在复杂的背景中抽取基本的数学关系，并学会调动相关学科知识来帮助理解问题。设计本题，旨在使学生学习从实际情景中抽象和归纳问题，从而体验用数学解决问题的过程，欣赏数学的使用价值。

活动方式：教师给出问题之后，师生共同分析，教师利用《几何画板》演示在某一纬度值下，太阳高度角的计算关系式，以及建筑物的投影长随太阳高度角的变化规律。

师生活动：

(1) 共同读题，进入问题情景；

(2) 利用“几何画板”演示，让学生观察：太阳高度角为 θ，δ 为此时太阳直射纬度，φ 为该地的纬度值，那么这三个量之间的关系是 $\theta=90°-|\varphi-\delta|$；

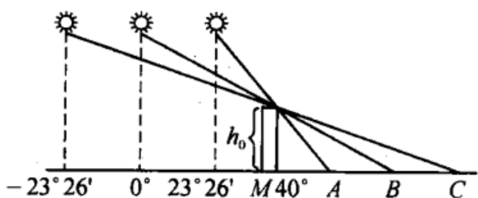
(3) 利用“几何画板”演示，让学生观察：太阳周而复始地直射北回归线、赤道、南回归线时，建筑物在地面上的投影长随太阳高度角

变化的情况；

(4) 根据“几何画板”演示，并由题中所提供的数据画出图形，用幻灯片演示解题过程的思路。

问题 5：通过上面的分析，你能写出本题的解答过程吗？

【设计意图】 使学生明晰：应用三角函数模型解决问题，首先要把实际问题抽象为数学问题，通过分析它的变化趋势，确定它的周期，从而建立起适当的三角函数模型。



解答过程：

如图(课本第 61 页)，A、B、C 分别为太阳直射北回归线、赤道、南回归线时楼顶在地面上的投影点。要使新楼一层正午的太阳光全年不被前面的楼房遮挡，应取太阳直射南回归线的情况考虑，此时的太阳直射纬度为$-23°26'$。依题意，两楼的间距不小于 MC。根据太阳高度角的定义，有

$$\angle C = 90° - |\,40° - (-23°26')\,| = 26°34',$$

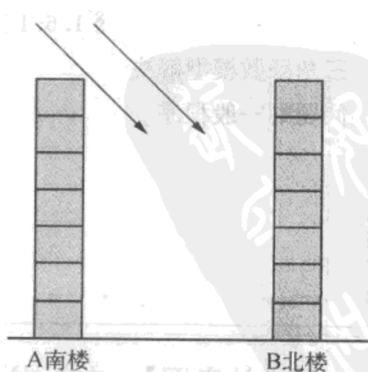
则

$$MC = \frac{h_0}{\tan C} = \frac{h_0}{\tan 26°34'} \approx 2h_0。$$

即盖楼时，为使后楼不被前楼遮挡阳光，要留出不小于相当于楼高两倍的间距。

变式练习：

某市的纬度大约是北纬 38°，小李想在某住宅小区买房，该小区楼高 7 层，每层 3 米，楼与楼之间相距 15 米。要使所买楼层正午的太阳光在一年四季都不被前面的楼房遮挡，他应选择哪几层的房？



【设计意图】 例4的结论有一定的实际应用价值，本练习结合实际情况设置逆向思维的问题，旨在激发学生进一步探究的兴趣。

课堂小结

问题6：本节课我们学习了三个层次的三角函数的应用，即根据图象建立解析式，根据解析式作出图象，将实际问题抽象为与三角函数有关的简单函数模型。你能概括出建立三角函数模型解决实际问题的基本步骤吗？

【设计意图】 通过让学生学习三角函数模型的简单应用，把建立三角函数模型解决实际问题的基本步骤纳入到原有知识体系中，使学生有一个全面的认识，培养思维的连续性。

问题7：通过本课时的学习，你有哪些收获？请从知识、思想方法、经验等方面进行小结。此外，请在课后搜集、归纳现实生活中周期变化的情境模型。

知识：

思想方法：

经验：

【设计意图】 引导学生进行小结，回顾和总结本课的主要内容。

四、板书设计

§1.6.1 三角函数模型的简单应用		
三角函数模型解决问题的一般程序	例1	小结
	例2	
	例3	

【设计意图】 在板书的设计上，左侧写出主要知识要点，突出

本节课的重点；中间是三个例题的解答过程；右侧是小结内容，突出本节课的核心思想。虽然本节课运用多媒体呈现了许多内容，但它的定位是辅助教学，鉴于板书有一种生成的过程，有助于学生更好地学习，因此上述内容更适合用板书呈现。

五、作业设计

1. 第 65 页练习第 1、2 题。

2. 习题 1.6A 组第 3 题。

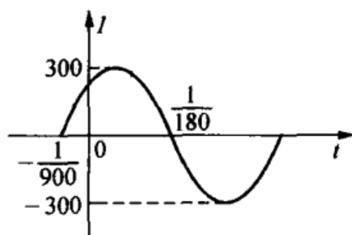
【设计意图】 将作业作为课堂教学的延伸，培养学生自主学习的能力和习惯。

六、课后目标检测

1. 根据函数 $y=|\tan 2x|$ 的图象，可知其周期为________。

2. 一直立的树干被台风吹断折成 60°角，树干底部与树尖着地处相距 20 米，树干原来的高度是________。

3. 已知电流 I 与时间 t 的关系式为 $I=A\sin(\omega t+\varphi)$ $\left(A>0,\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$，下图是该函数在一个周期内的图象。



(1) 求出函数 $I=A\sin(\omega t+\varphi)$ 的解析式。

(2) 如果 t 在任意一段 $\frac{1}{150}$ 秒的时间内，电流 $I=A\sin(\omega t+\varphi)$ 都能取得最大值和最小值，那么 ω 的最小正整数值是多少？

【设计意图】 这三个目标检测题围绕本节课的主要知识点展

开，主要检测学生对本节知识的掌握情况。

案例6　同底数幂的乘法

一、教学目标

【知识与技能】

（1）能够解释法则中“底数不变、指数相加”的意义；

（2）熟记同底数幂的乘法法则；

（3）能熟练地应用同底数幂乘法法则进行计算。

【过程与方法】

在同底数幂乘法法则的推导过程中，提高观察、发现、归纳、概括的抽象思维能力和数学语言的表达能力。

【情感、态度与价值观】

通过同底数幂乘法法则的推导和应用，养成科学的思维习惯和积极的学习态度。

二、教学重点、难点

重点：正确应用同底数幂的乘法法则。

难点：正确地理解同底数幂的乘法法则。

三、教学流程

（一）情境创设

1. 一种电子计算机每秒可以进行10^{12}次运算，它工作10^3秒可以进行多少次运算？

2. 一张长方形纸先竖着对折3次，再横着对折2次，可得到多少个更小的长方形？

3. 一张长方形纸先竖着对折n次，再横着对折m次，可得到多

少个更小的长方形?

问题:请谈谈你对以上几个问题的思考?

【设计意图】 荷兰著名数学教育家弗赖登塔尔强调:“学习数学唯一的方法是实行‘再创造’,也就是由学生本人把要学习的东西自己去发现或创造出来,教师的任务是引导和帮助学生进行再创造的工作,而不是把现有的知识灌输给学生。”

上述问题将学生置于完全开放的学习情境中,是希望学生的思维空间更大,更有利于学生的“做数学”。在这一环节,学生可能会呈现出不同层次的几种思考:

层次一:只思考出以上三个问题的答案分别是三个代数式 $10^{12} \times 10^3$, $2^3 \times 2^2$, $2^m \times 2^n$;

层次二:在思考出所列的代数式后,能联想到有理数的乘方,并且能运用已学知识将新问题解决,得到 $10^{12} \times 10^3 = 10^{15}$, $2^3 \times 2^2 = 2^5$, $2^m \times 2^n = 2^{m+n}$;

层次三:在逐一解决各个问题后,能从整体的角度进行观察,从而引发由特殊到一般的猜想—— $a^m \times a^n = a^{m+n}$;

层次四:能够给出证明,说明猜想的正确性。

四个层次的思考并不一定是某一个人或某一个小组能够独立完成的,教师可以先给学生几分钟独立思考的时间,然后让学生带着各自的问题或进一步的思考开始小组讨论,最后再让他们在全班范围内进行交流。

(二) 展示思考成果,引入课题

环节设想:当学生进行讨论时,教师积极参与到小组讨论中去,倾听、点拨学生所经历的探究思考,及时发现小组的一些研究成果,并请小组内的一位学生在黑板上板书(其他小组在继续自己的思考过程)。

例如,某小组在讨论中回忆起乘方的意义,教师就请该组内的一名学生以 2^n 为例,通过板书帮助学生回忆乘方的意义及相关知识。

生 1 板书：

$$\text{底数} \leftarrow \boxed{2^n} \nearrow \text{指数},\ \downarrow \text{幂} \qquad = \underbrace{2\times2\times\cdots\times2}_{n\text{个}2}$$

又发现一小组的研究成果…

生 2 板书：$10^{12}\times10^{3} = \underbrace{(10\times10\times\cdots\times10)}_{12\text{个}10}\times\underbrace{(10\times10\times10)}_{3\text{个}10}$

$= \underbrace{10\times10\times\cdots\times10}_{15\text{个}10}$

$= 10^{15}$；

$2^{3}\times2^{2} = \cdots$；

$2^{m}\times2^{n} = \cdots$。

又发现一小组的研究成果…

生 3 板书：猜想 $a^{m}\times a^{n} = a^{m+n}$。

教师和学生都停止讨论，共同欣赏板书演示的思考成果。同时，教师对各小组所展示出的“联想思维”能力、“转化思想”的应用、“归纳猜想”的意识给予表扬，同时对猜想的正确性提出质疑。

进一步展示另一小组的研究成果：

生 4 板书：$a^{m}\times a^{n} = \underbrace{(a\times a\times\cdots\times a)}_{m\text{个}a}\times\underbrace{(a\times a\times\cdots\times a)}_{n\text{个}a}$

$= \underbrace{a\times a\times\cdots\times a}_{(m+n)\text{个}a}$

$= a^{m+n}$。

此时，教师追问生 4 各步的理由，并补充在相应各步骤之后，确保推理过程有理有据。引导学生用文字语言表述上式，然后，教师并请学生回忆、总结在思考中用到的数学思想方法，同时将“联想”、“转化”、“特殊到一般的猜想”、“理由说明”板书在黑板的相应位置。

最后，教师指出，同学们研究出的正是本节课所要学习的“同底数幂的乘法法则”，板书本节课的课题——同底数幂的乘法。

【设计意图】　通过对各小组探究成果的逐一展示，各位同学都

会不自觉地对自己的独立思考和小组思考的深刻性做一次反思，这对学生今后思考问题的深度有积极影响，同时也能使学生切实体会合作学习的重要意义与集体智慧的无穷，增强合作意识，培养开放的学术性格。最后，把研究问题的方法板书、提炼给学生，则是希望学生能领悟到对数学本质的学习。

（三）巩固提升

1. 火眼金睛看究竟

下面的计算对不对？如果不对，怎样改正？（口答）

(1) $b^5 \cdot b^5 = 2b^5$（　　）；　　(2) $b^5 + b^5 = b^{10}$（　　）；

(3) $x^5 \cdot x^5 = x^{25}$（　　）；　　(4) $y^5 \cdot y^5 = 2y^{10}$（　　）；

(5) $c \cdot c^3 = c^3$（　　）；　　(6) $m + m^3 = m^4$（　　）。

2. 小试牛刀（在练习本上独立完成，通过实物投影展示交流）

计算：(1) $x^2 \cdot x^5$；　　(2) $a \cdot a^6$；　　(3) $x^m \cdot x^{3m+1}$。

猜想：(1) $2 \times 2^4 \times 2^3$；　　(2) $a^m \cdot a^n \cdot a^p$。

3. 大显身手（在练习本上独立完成，通过实物投影展示交流）

(1) 填空：$(-a)^2 =$ ________，$(-a)^3 =$ ________；

$(x-y)^2 =$ ________ $(y-x)^2$；

$(x-y)^3 =$ ________ $(y-x)^3$。

(2) 计算：① $(-x)^2 \cdot (-x)^5$；② $-x^2 \cdot (-x)^5$；③ $(x-y)^2 \cdot (y-x)^5$。

4. 自我测试（在练习本上独立完成，通过实物投影展示交流）

计算下列各式：

(1) $(-5)^6 \cdot 5^9$；　　(2) $x^5 \cdot x \cdot (-x)^3$；

(3) $-a^2 \cdot a^6$；　　(4) $100 \cdot 10^{n+1} \cdot 10^{n-1}$；

(5) $(a-3b)^2(3b-a)^3$。

5. 感受变式

填空：(1) 若 $a^{m+n} = 6$，$a^m = 3$，则 $a^n =$ ________；

(2) 若 $2^a = 3$，则 $2^{a+3} =$ ________；

(3) 若 $5^{x+1} = 125$，则 $5^x =$ ________。

【设计意图】 将一组判断改错题作为第1组练习，并且要求学生完成后及时反思总结，其目的是：(1)强化学生对同底数幂乘法法则中条件与结论的再认识，即条件是：①必须是“同底数幂”，②必须是“乘法”，同时满足这两个条件时才能应用此性质，其结果一定是：“底数不变，指数相加。”(2)同底数幂的乘法法则容易与合并同类项混淆，这给熟练掌握新知识增添了障碍在完成该练习后，教师鼓励学生采用表格对比的方法，及时区分两个知识点，提高警觉性，增强对公式特点的敏感性，有利于从根本上消除知识的负迁移。

	系数	底数	指数
合并同类项	相加	不变	不变
同底数幂的乘法	相乘	不变	相加

经历了第1组的练习，学生将会更加深刻地理解同底数幂的乘法法则中的条件与结论，从而为完成以下几组题目奠定良好的基础。

经历了第2、3、4三组练习，学生将逐步提高进行同底数幂乘法计算的准确率，同时注意一题多解、发散思维。在完成第4组练习后，要求学生相互纠错并指出错误原因，旨在及时纠正学生的错误认知。

第5组练习——“感受变式”，体现了对公式的逆向使用，有助于培养学生的逆向思维能力，这是对灵活掌握和应用公式提出的较高要求，只适用于学有余力的学生。

(四) 我的收获(课堂小结)

通过本节课的学习，你学到了什么知识？得到了什么学习经验和思想方法？

你是用什么办法记忆公式的？你的记忆方式具有持久性吗？

【设计意图】 引导学生从知识、经验和思想方法等多个角度进行总结，使学生在学习知识的过程中体味数学科学方法和数学精神，掌握数学思想方法，提高数学素质和数学能力。对公式记忆方

法的交流，学生可以谈公式的特点，可以谈公式的推导，也可以提出创造性的记忆方法，这样的交流，既能让学生互相学习记忆方法，也是对本节重点内容的再次强化。

四、作业布置

1. 课本第 15 页习题 1.4 知识技能 1、2，数学理解 1，16 页问题解决 1；

2. 自己编几道在本节课中见过的、不同类型的练习题目；

3. 选做题：比较 $2^{18}\times 3^{10}$ 与 $2^{10}\times 3^{15}$ 的大小。

【设计意图】 作业设计注重了满足不同层次学生的需求。作业 1 属于基础题目；作业 2 对学生的总结、概括和知识的梳理能力提出了要求，可以让学生体会数学的学习方法；作业 3 是对灵活应用法则提出的较高要求，旨在训练学生的逆向思维。

五、板书设计

同底数幂的乘法

一、联想思维

底数 ← 2^n → 指数，↓ 幂

$2^n = \underbrace{2\times 2\times\cdots\times 2}_{n个2}$

二、转化思想

$10^{12}\times 10^{3} = \underbrace{10\times 10\times\cdots\times 10}_{12个10}\times\underbrace{(10\times 10\times 10)}_{3个10}$

$= \underbrace{10\times 10\times\cdots\times 10}_{15个10}$

$= 10^{15}$；

$2^3\times 2^2 = \cdots$；

$2^m\times 2^n = \cdots$。

同底数幂相乘，底数不变，指数相加。

三、归纳猜想

$a^m\times a^n = a^{m+n}$；

四、推理验证

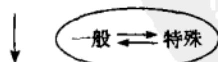
$a^m\times a^n$

$=\underbrace{(a\times a\times\cdots\times a)}_{m个a}\times\underbrace{(a\times a\times\cdots\times a)}_{n个a}$

$=\underbrace{a\times a\times\cdots\times a}_{(m+n)个a}$

$=a^{m+n}$；

←—五、同底数幂乘法法则



$a^m\times a^n = a^{m+n}$（m、n 为正整数）

【设计意图】 好的板书不仅能帮助学生回忆一节课的流程，提纲挈领地显示一节课的重点知识与方法，起到规范格式的示范作用，还能让学生有美的享受。

本节课的板书将知识重点——同底数幂的乘法法则分别用文字语言和符号语言表述其中的文字表述以红色字体板书在黑板的正中央，力求突显重点，使学生过目不忘；而对本节课中所运用到的数学思想方法，则用蓝色字体清晰地加以呈现；轴对称式的结构设计，则能使学生享受到美的熏陶。

案例 7　平行四边形的判定

一、教学目标

【知识与技能】

让学生经历平行四边形判定方法的探索过程，从而掌握平行四边形的三种判定方法，并能进行有关的应用。

【过程与方法】

让学生在判定方法的探索活动中发展合情推理意识，使学生逐步掌握说理的基本方法。

【情感、态度与价值观】

通过平行四边形判定方法的探索和应用，培养学生积极的学习态度和独立的思考习惯。

二、教学重点、难点

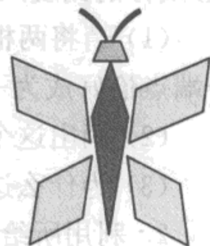
重点：探索并理解平行四边形的判定方法。

难点：应用判定定理解决相关问题。

三、教学流程

（一）课题引入

师：今天老师为同学们带来了一幅美丽的图案（电脑展示），老师给它取名——“四边形的魅力”。请大家仔细观察，图中包含了一些什么样的四边形？



生：等腰梯形、平行四边形。（**师：为了称呼起来方便，我们姑且称中间的图形为钻石型吧，它也很美，因为它是个轴对称图形**）

师：刚才同学提到了图中有平行四边形，那么如何判定一个四边形是平行四边形呢？这就是我们今天要学的“平行四边形的判定”。（**板书**）

【设计意图】 以数学美引发学生的学习兴趣，同时也为知识应用环节中的一组判断练习题设置了典型的反例，一举两得。

师：在学习平行四边形的判定方法前，我们一起先来回忆其性质。

【设计意图】 通过对平行四边形性质的回忆，让学生体会可以从四边形的对角线、对边、对角分别研究。同时，可以强调性质中平行四边形是作为已知条件出现，而判定中平行四边形则是结论，以让学生在开始学习判定方法时，就注重区分性质和判定方法。

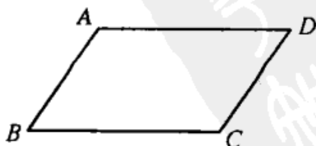
（二）方法探究

师：现在我们还未正式学习本节内容，同学们有方法判别一个四边形是平行四边形吗？

生：两组对边分别平行的四边形叫做平行四边形。（**教师板书“判定方法一”的图形语言和符号语言**）

$\because AB /\!/ CD, AD /\!/ BC,$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形。



【设计意图】　考查学生对定义的双重作用的认识——既是定义又是判定。

做一做，议一议

1. 利用所给材料（白纸一张、9 cm 和 5.4 cm 长的细纸条各一根）及你的刻度尺，完成下列工作：

(1) 请将两根长度不等的细纸条粘在白纸上，使两根纸条的四个端点恰好成为一个平行四边形的四个顶点；

(2) 画出这个平行四边形；

(3) 为什么这样做会得到平行四边形？

2. 利用所给材料（信纸一张和两根长度相等的细纸条），完成下列工作：

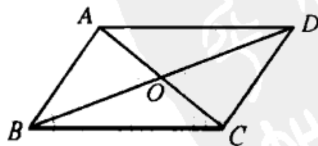
(1) 请将两根长度相等的细纸条粘在信纸上，使两根纸条的四个端点恰好成为一个平行四边形的四个顶点；

(2) 画出这个平行四边形；

(3) 为什么这样做会得到平行四边形？

【设计意图】　让学生通过分析、联想、猜想，尝试利用所给材料构造平行四边形，在动手、动脑操作的过程中积累解决问题的方法和经验。此处的说理，允许学生采用多种方法。学生可以通过度量、图形变换的方法探索出平行四边形的识别方法，再利用三角形全等、平行线性质等基础知识，通过进一步的演绎推理来说明其正确性。这样有利于培养和发展学生的逻辑思维能力，满足学生多样化的学习需求。

学生通过探索，得到判定方法二："两条对角线互相平分的四边形是平行四边形"和判定方法三："一组对边平行且相等的四边形是平行四边形"（教师板书判定方法二、三的图形语言和符号语言）



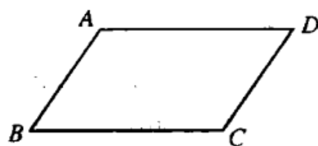
∵ $AO = CO$，$BO = DO$，

∴ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形。

$\because AB \parallel CD$，$AB = CD$

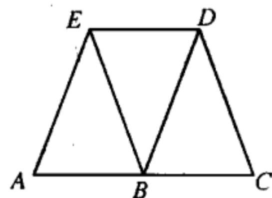
$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形。

（板书判定方法三的推理过程）



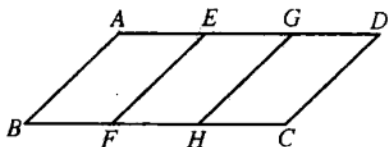
（三）知识应用

例题：如图，$AC \parallel ED$，点 B 在 AC 上且 $AB = ED = BC$。找出图中的平行四边形，并说明理由。



例题变式：

如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，E、G 是 AD 的三等分点，F、H 是 BC 的三等分点，则图中的平行四边形有 ________ 个。



【设计意图】 例题（教材中的例 1）是对平行四边形判定方法的简单应用，通过变式练习，可以让学生在再次对判定方法进行应用的同时，注重几个平行四边形可以组合生成新的平行四边形。

练习：

1. 判断题

（1）一组对边平行，另一组对边相等的四边形是平行四边形。

（2）一条对角线分四边形为两个全等三角形，这个四边形是平行四边形。

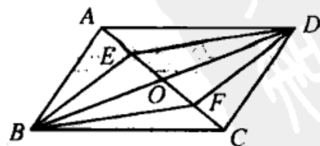
（3）一条对角线平分另一条对角线的四边形是平行四边形。

（4）有两条边相等，另外两条边也相等的四边形是平行四边形。

（5）一组对边平行且相等的四边形是平行四边形。

【设计意图】 检验学生对性质与判定的区分是否清晰，同时借助蝴蝶造型让同学关注“等腰梯形”和“钻石型”两类典型的反例。

2. 如图，已知平行四边形 $ABCD$ 中对角线 AC、BD 相交于点 O，E、F 是对角线 AC 上的两点，并且 $OE = OF$。

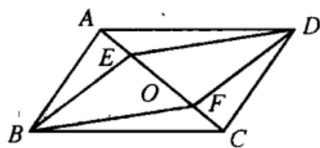


问：（1）OA 与 OC，OB 与 OD 大小

关系如何?

(2) 四边形 $BFDE$ 是平行四边形吗? 能说说理由吗?

变式 1:如图,已知 E、F 是平行四边形 $ABCD$ 对角线 AC 上的两点,并且 $AE = CF$。



问:四边形 $BFDE$ 是平行四边形吗?为什么?

变式 2:如图,已知 E、F 是平行四边形 $ABCD$ 对角线 AC 上的两点,并且 $BE/\!/DF$。

问:四边形 $BFDE$ 是平行四边形吗? 为什么?

【设计意图】 利用练习 2 和变式 1 强化判定方法二"两条对角线互相平分的四边形是平行四形"的应用;引入变式 2,给予充分的时间让同学们一题多解,并交流、比较各种不同的方法,实现知识的灵活运用。

(四) 反思小结,观点提炼

1. 本课学习了哪些知识?

平行四边形的识别方法:

(1) 两组对边分别平行的四边形是平行四边形。

(2) 两条对角线互相平分的四边形是平行四边形。

(3) 一组对边平行且相等的四边形是平行四边形。

2. 在探索过程中,你能体会到研究数学问题要经过哪些步骤吗?

联想→猜想→验证→证明

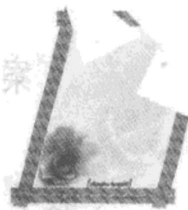
3. 在与同学合作探索的过程中,你有哪些体会,你向同学们学到了什么?

【设计意图】 引导学生从知识、经验和思想方法等多个角度进行总结,集中体现知识目标、能力目标与情感态度目标。

四、分层作业、自主发展

1. 课本第 90 页习题 4.3 第 1、2 题。

2. 思考题：如图是老师家里的一个平行四边形玻璃相框。昨天，老师在打扫卫生时，不小心把玻璃镜片打破了。同学们，怎样才能重新配出一个与它大小一样的平行四边形玻璃镜片呢？你们能用所学的数学知识帮助老师解决这个问题吗？你有几种解决问题的方法？



【设计意图】 作业设计注重了满足不同层次学生的需求。作业1属于基础题；作业2既可以对学生本课时所学判定方法的掌握情况进行检查，又可使学有余力的同学继续探索新的判定方法，为下一课时的学习做好准备。

五、板书设计

	平行四边形的判定	
方法一：	研究数学问题的基本思想方法： 联想→猜想→验证→证明 （判定方法三的推理过程）	例题：
方法二：		例题变式：
方法三：		

【设计意图】 左边部分是本节课的主要内容——平行四边形的三种判定方法；中间部分是本节课的研究方法，渗透了合情推理意识，可以使学生逐步掌握说理的基本方法；右边部分是例题及变式的规范书写，教师可以在板书形成的过程中，向学生示范解题方法、步骤、格式等。整个板书旨在突出本节课的主要内容和研究学习的过程和方法，使学生在头脑中留下清晰、条理、深刻的印象。伴随着教学过程，板书对学生构建知识、形成方法、培养个性品质都有着潜移默化的影响。

案例8　确定一次函数表达式

一、教学目标

【知识与技能】

(1) 能够说出确定一次函数需要两个条件及其理由，发展学生应用数学知识的意识和善于解决问题的能力。

(2) 会利用给出的 k 或 b 确定一次函数的表达式，培养学生善于从条件中获取信息及数形结合的能力。

【过程和方法】

学生经历探索、确定一次函数表达式的两个条件的过程，在探索中体会函数的模型思想和数形结合的数学思想方法。

【情感、态度与价值观】

学生在解决问题的过程中发展应用数学模型的意识。

二、教学重点、难点

重点：根据给出的条件求出一次函数的解析式。

难点：应用一次函数的图象或性质获取 k 或 b 的值，即对 k、b 确定一次函数及其图象的理解。

三、教学流程

(一) 复习提问

(1) 什么是一次函数？一次函数的表达式中最关键的量是什么？

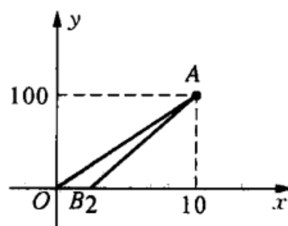
(2) 在一次函数中为什么要求 $k \neq 0$？(可提问能力较强的学生，一方面检验学生对知识的理解，另一方面促使其他学生感受到学习中不但要掌握知识的表面，还要挖掘知识的本质)

(3) 在一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 中，k、b 的值能确定一次函数图象所在的象限吗？（学生在叙述后，在实物投影上展示他的描述过程）

【设计意图】 设计这些问题的目的是承上启下，让教师了解学生是否已经具备了教学所需的知识基础，对能否顺利完成本节课的教学内容做到心中有数。教师在高估或低估学生水平时，应适当调整自己的教学流程：高估学生时，要调整教学方案唤起学生遗忘的知识；低估学生时，要依据《数学课程标准》要求，在教学流程中添加体现综合应用的练习题，充实教学内容。问题中出示一次函数的表达式的目的是让学生明确有两个参数 k、b，故需要有两个条件才能确定一次函数表达式。

(二) 导入新课

如图，BA、OA 分别表示甲、乙两人进行赛跑训练时路程 y(米)与时间 x(秒)的函数图象。



(1) 甲、乙两人进行的是多少路程的比赛？

(2) 甲比乙晚出发多少秒，结果两人同时到达；

(3) 求出线段 OA 所在直线对应函数的表达式。

(100 米的赛跑，甲让乙先跑 2 秒钟)

【设计意图】 将函数图象与实际问题结合在一起，让学生显示识图的能力。这样设计，一方面可以让学生带着问题进课堂；另一方面则是由于根据学生现有水平，确定一次函数的解析式不能应用二元一次方程组由待定系数法求解。

(三) 探索新知

通过同学们刚才的回答，我们知道一次函数的图象经过原点时 $b = 0$，因而可设一次函数的表达式是 $y = kx$，然后代入另一个已知条件求解。

根据前面研究的一次函数的图象与性质，同学们还能说出已知哪些条件可以求出一次函数的表达式吗？试设计出不同类型的问题。

【设计意图】 学生可以自己思考，也可以同桌相互研究，目的就是让学生灵活应用一次函数的图象与性质，以及数形结合方法。在学生回答的基础上，教师进行归纳、整理，写出不同的题型，这样将导致不完全是预设的结果，课堂上有师生之间真实的情感、智慧、思维、能力的投入和交流。这样的课堂思维相当活跃，在整个过程中既有资源的生成，又有过程的生成。学生学到了知识，锻炼了能力，在过程中产生了良好的、积极的情感体验，并激发了进一步学习数学的强烈需求，这有利于真正体现学生的主体、教师的主导作用。

学生所说的题型归纳、整理如下：

1. 已知一次函数 $y = kx + 3$ 经过点 $(4, -2)$，求一次函数的表达式；

2. 已知一次函数 $y = \frac{1}{2}x + b$ 经过点 $(1, 5)$，求一次函数的表达式；

3. 已知一次函数 $y = kx + b$ 经过点 $(6, 5)$ 且平行于 $y = -\frac{2}{3}x + 7$，求一次函数的表达式；

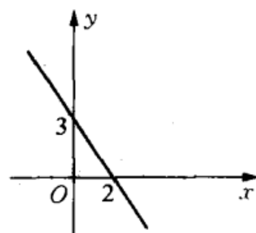
4. 已知一次函数 $y = kx + b$ 经过点 $(1, 4)$ 且与 $y = -x + 2$ 相交于 y 轴的同一点，求一次函数的表达式；

5. 已知正比例函数的图象经过 $(-2, 3)$，求这个正比例函数的表达式及当 $x = -\frac{4}{5}$ 时，y 的值是多少？

6. 已知一次函数 $y = kx + b$ 中，x 与 y 的对应值如下表，求一次函数的表达式；

x	-2	0	1	7
y	-3	1	3	15

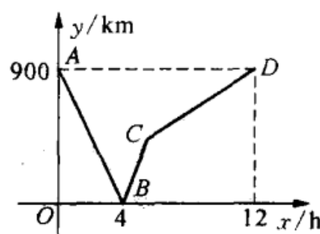
7. 已知一次函数 $y=kx+b$ 的图象如图，求一次函数的表达式。



【设计意图】 有些学生对性质的掌握可能不到位或转化方程的能力较差，教师要有针对性地进行指导，力争在基础上不让学生掉队。列举出上述题型后，教师可让学生根据自己的能力各自选题进行练习，对平时基础较差的学生进行个别指导，对基础好的学生，让其练习教师自制的卡片。这样可以充分调动学生的积极性及能动性，让不同的学生都有所提高。

（四）例题

一列快车从甲地驶往乙地，一列慢车从乙地驶往甲地，两车同时出发，设慢车行驶的时间为 x(h)，两车之间的距离为 y(km)，图中的折线表示 y 与 x 之间的函数关系。



根据图象进行以下探究：

信息读取

(1) 甲、乙两地之间的距离为______km；

(2) 请解释图中点 B 的实际意义。

图象理解

(3) 求慢车和快车的速度；

(4) 求线段 BC 所表示的 y 与 x 之间的函数关系式，并写出自变量 x 的取值范围。

问题解决

(5) 若第二列快车也从甲地出发驶往乙地，速度与第一列快车相同。在第一列快车与慢车相遇 30 分钟后，第二列快车与慢车相遇。求第二列快车比第一列快车晚出发多少小时？

【设计意图】 探究将实际问题转化成数学问题的方法，目的是让学生体会建模思想。题目给出 k 或 b，要求学生确定一次函数的表达式，可以提高学生从条件中获取信息及数形结合的能力。在学习本节内容时，由于学生还没有学习二元一次方程组，故在确定目标时

应降低标准。所谓给出 k 或 b 的值是指:(1)能从条件中直接获取 k 或 b;(2)应用一次函数的图象或性质获取 k 或 b 的值。教师应根据学生的现有知识水平确定目标,当学生对该部分知识掌握不到位时,可适当降低标准,而在复习课中逐渐达到《数学课程标准》的要求。

(五)课堂练习

课本第 195 页的练习题。

【设计意图】 培养学生解答问题时的竞争意识,使学生对一次函数的性质和图象有更进一步的掌握,真正将数形有机地结合在一起。

(六)课堂小结

本节课的教学小结应从三个方面归纳学习的收获:(由于学生已进行了一年多的训练,已基本上养成对知识进行归纳的习惯和能力)

(1) 知识方面:(让学生归纳本节课所掌握的知识)

(2) 能力方面:(让学生归纳本节课所掌握数学方法、原理)

(3) 情感态度价值观:(教师归纳本节课学生的表现情况,目的是鼓励学生努力学习,激励其获得进取精神)

在学生充分发表意见的基础上,教师点明本节课的主要教学内容:

1. 确定一次函数表达式的条件。

2. 方法:(1) 转化,建立数学模型;

(2) 数形结合。

【设计意图】 课堂小结可以促进学生梳理本节课的知识,真正地将所学知识纳入自已的知识体系中,做到知识内化,转化为能力。在学生进行小结时,教师应关注学生知识要点的总结是否全面,其所揭示的数学规律是否正确,语言表述是否准确,数学方法、原理是否符合数学要求等,使学生的知识得以巩固,能力得到提升。同时,课堂小结是教师检验教学目标达成情况的参考依据,也是其进行课后反思的重要材料。

四、作业布置

课本第 196 页习题 6.5 第 2、4 题。

【设计意图】 此时，学生已具备对一次函数相关问题的解题能力，布置第 2 题目的是检验学生独立解答数形结合问题的能力；布置第 4 题目的是检验学生能否将实际问题转化成数学模型求解。

五、板书设计

§6.4 确定一次函数表达式		
1. 一次函数的表达式： $y=kx+b$ (k, b 为常数，$k\neq 0$)	导入新课问题	例题

【设计意图】 板书的设计主要分成左、中、右三块，它们对课堂教学起的作用分别是：左边让学生明确知识要点和相应的数学思想、方法；中间是本节课所涉及到的数学问题的解题方法和书写要求；右边以学生的板书为主，根据问题的难易程度，让不同的学生板书，激励学生上课认真听讲，尊重别人的发言，吸收有价值的相关知识和方法。

案例 9 “探索规律”教学设计的思路与方法

教学设计使用的教学资源有《数学课程标准》、《教师教学用书》、自己以往的教学设计及反思、平时积累的一些优秀教学设计、听课笔记、相关的中考试题以及网络资源。

一、阅读《教师教学用书》，分析“探索规律”在知识体系中的地位和作用

阅读《教师教学用书》中本节的内容，包括教学内容、习题内容

及教学参考内容三部分，从而感知教材的编排意图，注意事项，例习题的难度、类型。尤其是对教学参考部分的阅读，既可以为自己的教学设计提供一些素材，也可以为自己的教学设计提供参考。例如本节教学参考内容在处理日历中套色方框的问题时，提出这样的建议："如果时间许可，可对(4)进行充分讨论。可鼓励学生发现多种关系，用代数式表示自己的发现，并尝试用符号运算去验证。此问题还可以进一步探索：在十字形区域中，你能发现哪些规律？H 形区域呢？"结合学生的情况，把问题进一步提升，给学生创造更大的空间去进行数学活动。

通读第三章"字母表示数"，有助于我们了解本节内容在知识体系中的地位和作用：本节课是北师大版《数学七年级(上)》第六节第一课时。是在学习了"生活中的图形"和"用字母表示数"两章知识的基础上，把"图形"和"代数式"有机地结合在一起，对已有知识的深化延伸。

"探索规律"是本章前部分的总结和应用，是学生经历探索事物间数量关系并用字母和代数式表示的过程。本节课从与学生生活息息相关的日历图入手，启发他们从多个角度进行考虑，通过对日历中的数据观察、实验、猜想、验证规律与合作交流等丰富多彩的数学活动，探索日历图中的数量关系，并用符号表示规律，用运算验证规律，发展学生的符号感。使学生认识到用字母表示数是代数的基本思想，是表示规律的数学方式，同时也发展了学生探索规律的能力和感受符号、使用符号的能力，并使学生掌握探索规律的一般方法，养成善于观察、勤于思考的习惯。通过向学生渗透数学的建模思想，不仅激发了学生对现实世界认识的兴趣，同时也对学生形成函数思想，掌握模型化方法和推理方法做了重要的铺垫。

二、结合学生特点分析，预设"探索规律"教学设计的引入环节和解决困惑的策略

从七年级学生的思维特点和已具有的知识准备去分析，预设学

生在学习中的情况，哪些地方会顺利，哪些地方会有难度。

1. 七年级的学生活泼好动，有大胆、好奇、好胜的特点。

2. 学习本节知识前，学生已有用字母表示数和规律的能力和初步的符号意识，但对于用代数式表示规律的问题接触得较少，对字母表示数的意义体会不深。

所以他们在感性的问题上容易发现一些规律，但用运算验证规律会有困难，在学习上有一定的难度，教师应在教学中引起注意。教学中要给学生留下充足的思考和讨论时间，不能操之过急，要循序渐进，不断引导。因此本节活动课对于学生之间的合作交流、共同探索，培养和提高学生的创新思维能力和探索规律的能力是很有必要的。

三、结合《数学课程标准》，确定“探索规律”的教学目标，教学重、难点及教学方法

1. 教学目标的确定

根据《数学课程标准》中的“强调学生的数学活动，发展学生的数感、符号感及应用意识”，确定如下的知识目标和能力目标：

知识与技能目标：

会用代数式表示简单问题中的数量关系，能用合并同类项、去括号等法则验证所探索的规律。

过程与方法目标：

(1) 学生经历探索数量关系，运用符号表示规律，通过运算、验证规律的过程。

(2) 学生通过日历问题和折纸问题中的规律探索，培养观察、分析、归纳、推理等发现问题的一般能力。

根据“义务教育阶段的数学课程的出发点是促进学生全面、持续、和谐地发展”，确定如下的情感目标：

学生通过动手、动脑，利用转化、类比等方法的探索，积累学习数学的经验，提高学习探索数学问题的兴趣。

2. 教材重点、难点的确定

教学重点是能探索发现数学规律并能正确验证。对于刚刚接触用字母表示数的学生来说，整个过程所需要的探索、猜想、归纳、验证等能力的培养比较困难，因此发现探索规律的方法是本节课的教学难点。

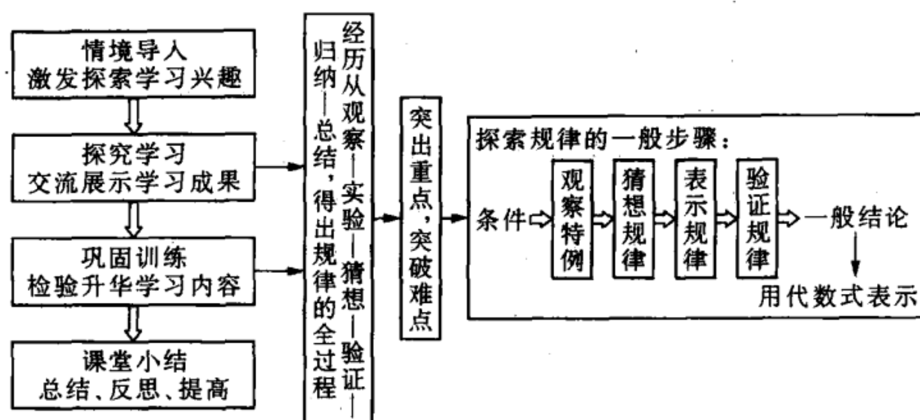
3. 教学方法的确定

教法：根据本节课的特点，遵循学生的认知规律，体现循序渐进与启发式的教学原则，采用探究式的教学法。进行如下的教法设计：在学生预习的基础上，结合具体的教学内容采用小组合作的模式展开，以问题引导思维。通过结合现实生活的探索活动，激发学生的好奇心和主动学习的欲望。有序地引导学生观察、分析，让学生经历“观察——猜想——验证——得出规律”的过程。

学法：根据七年级学生知识储备量小、性格好动的特点，采用分组、合作、交流的学习方法。七年级学生的理解和思维往往需要依赖直观、具体形象的支持，整节课以学生观察、思考、讨论贯穿于整个教学环节之中，教给学生“多观察、动脑想、大胆猜、勤钻研”的研讨式的学习方法。教学中积极利用板书和学生自己准备的日历，为学生提供更多的活动机会和空间，使学生在动脑、动手、动口的过程中获得充足的体验和发展，从而培养学生的数学建模思想。充分发挥学生的自主探索和合作交流，提倡解决问题方法的多样性。

四、结合教学目标的实现、重难点的突破，拟订教学流程的框架

（教学过程中设计了四个教学环节：①情境导入，②探究新知，③巩固训练，④课堂小结）



五、研读教材，整合资源，选出典型题材，设计教学环节

1. 情境导入环节的设计：

选取生活中最常见的日历做背景，从"补全日历"这一简单的问题入手，学生很快解决问题并得到规律；再进一步提出开放性问题："日历中还有什么规律?"可根据学生层次的不同，交流所发现的规律，激发学习热情，顺利导入新课。

2. 例题讲解环节的改编：

例题分两个层次：①先选取十字形区域作为探索背景，优势是数据少，有利于学生发现规律和表示规律。教师要起到引导作用，指导学生有序地完成活动。②再选取方框区域作为探索背景，学生合作交流，解决问题。重点是问题(4)的处理，教师可以让学生充分表达不同见解，引导学生对提出的不同规律进行分析，判断其正确性。

3. 习题巩固环节的设计：

首先，从本节教材习题中选取；其次，本章教材的复习题和第五章一元一次方程"日历中的方程"一节的习题也可供选择；也可从课外练习题中再甄选有特点的题目，在重视"双基"的同时，加入变式，为培养部分学生的发散思维提供学习空间。所以在设计练习题时

分了两个层次：

层次一：基础练习，是对本节知识的应用，面向所有学生。

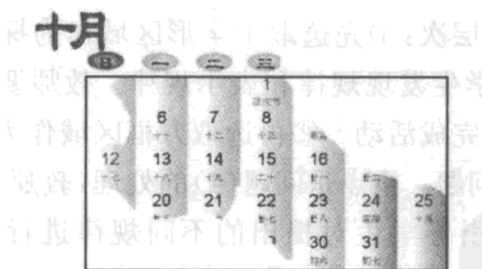
层次二：挑战练习（折纸问题），大部分学生都可以通过直观的操作获取不同认知上的规律，但可能仅有部分学生会对同样一道题目的不同认知规律进行反思，获取深层次的结论。所以这时需要教师的点拨，让学生找到问题的联系点，发现规律，得出“$1+2+2^2+2^3+2^4+\cdots\cdots 2^n=2^{n-1}$”的结论。教师可适时提出问题“计算：$1+2+2^2+2^3+2^4+\cdots\cdots 2^n=?$”，学生通过前面的经验积累，解决问题时逐步形成了数学模型意识。这道题层层深入的思维过程可以培养学生良好的思维品质，达到让不同层次学生都能得到提高的目的。

（其他的一些思考，详见教学设计的“设计说明”）

六、教学流程设计

1. 情境导入：构建平台，激发探索热情（全体活动）

师：同学们，凭你的经验，完成下图 2006 年 10 月份的日历表。并说出你完成日历的依据。



师：日历中的数还有其他规律吗？

【设计意图】 这样的问题可以使学生对探索规律充满强烈的好奇心。不仅可以轻松地引入本节课的学习，同时也使学生对问题的答案产生了强烈的期待，为顺利完成教学任务做了良好的铺垫。

问题设置开放，希望学生能从不同角度得出观察结果。如：

① 日历中每一横行的相邻两数相差 1，每一竖列相邻两数相差 7；

② 日历中每一斜行的相邻两数相差 8 或者 6；

③ 日历中每一横行、每一竖列或每一斜行上相邻 3 个数之和是中间数的 3 倍；

……

2. 探究新知：变换图形，总结探究规律的方法

日历是学生熟悉的事物，但是很少有学生有意识地观察或知道日历中蕴藏的规律，从教师出示的日历到学生手中自备的日历，通过先发散，后集中的方式，用环环相扣的问题，让学生完整地经历"观察—实验—猜想—验证—归纳总结—得出规律"的全过程，突出了本节课的重点。通过层层递进，在变式中总结、归纳一般探究规律的步骤。

活动一　观察与思考

图 1

图 2

图 3

(1) 在日历中，用十字框任意框出 5 个数，这 5 个数的和与中间的数有何关系？

(2) 你能用代数式表示这一规律吗?

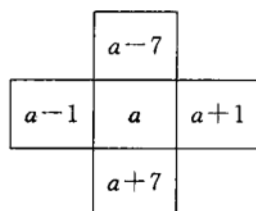
图 1 中，$1+7+8+9+15=40$ 是中间数 8 的 5 倍；

图 2 中，$3+9+10+11+17=50$ 是中间数 10 的 5 倍；

图 3 中，$13+19+20+21+27=100$ 是中间数 20 的 5 倍。

如果用 a 表示中间的数，这 5 个数的和等于 $5a$。

(3) 这个关系对任何一个月的日历都成立吗? 请你尝试说明理由。



学生在教师的指导下完成下列过程(**板书**):

解：设中间的数为 a，则有

$$
\begin{aligned}
&(a-1)+(a+1)+a+(a-7)+(a+7)\\
=\ &a-1+a+1+a+a-7+a+7\\
=\ &5a。
\end{aligned}
$$

即这 5 个数的和是中间数的 5 倍。

活动二　观察与思考

(1) 在日历中，任意方框中的 9 个数之和与该方框正中间的数有什么关系?

(2) 你能用代数式表示这个关系吗?

(3) 这个关系对任何一个月的日历都成立吗? 为什么?

(4) 你还能发现下图这样的方框中的 9 个数之间的其他关系吗? 用代数式表示。

小组合作完成，交流成果。重点是第(4)问的交流，要给学生足够的时间充分发表他们的见解，并由学生交流、讨论，判断正确与否。

规律 1：

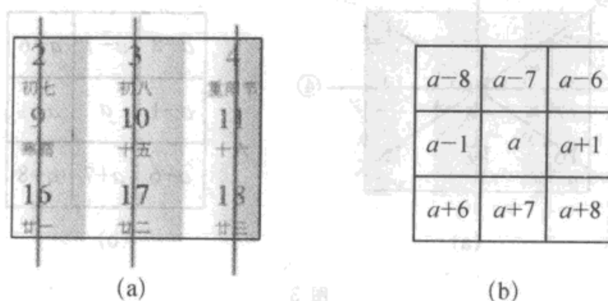


图 1

相邻竖直线所示的三个数之和相差 3。如图 1(b)：

$$[(a-6)+(a+1)+(a+8)]-[(a-7)+a+(a+7)]=3,$$

$$[(a-7)+a+(a+7)]-[(a-8)+(a-1)+(a+6)]=3。$$

规律 2：

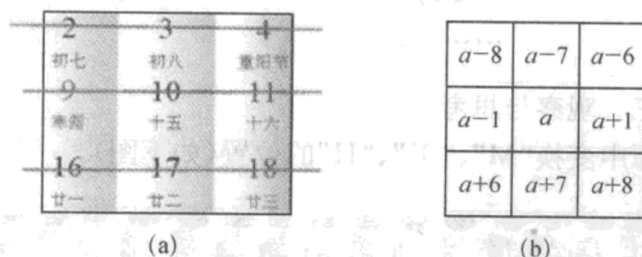


图 2

相邻横线所示的三个数之和相差 21。如图 2(b)：

$$[(a-1)+a+(a+1)]-[(a-8)+(a-7)+(a-6)]=21,$$

$$[(a+6)+(a+7)+(a+8)]-[(a-1)+a+(a+1)]=21。$$

规律 3：

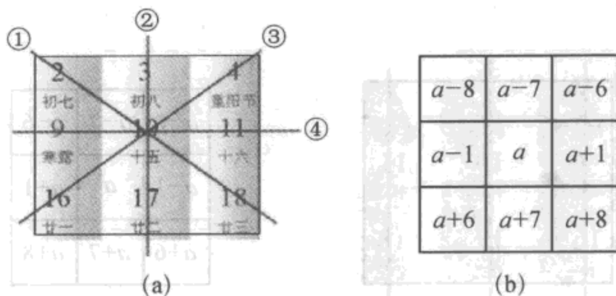


图 3

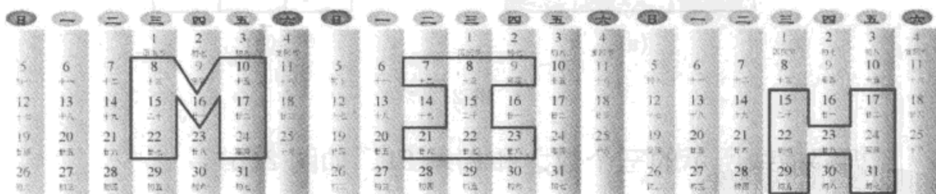
上图中的四条直线上所示的三数之和相等。如图 3(b)：

$$
\begin{aligned}
&(a-8)+a+(a+8)\\
=&(a-7)+a+(a+7)\\
=&(a-6)+a+(a+6)\\
=&(a-1)+a+(a+1)\\
=&3a。
\end{aligned}
$$

……

活动三　观察与思考

在日历中变换“M”、“工”、“H”的位置(如下图)。



(1) 你发现了什么规律?

(2) 你能用代数式表示这个关系吗?

(3) 这个关系对任何一个月的日历都成立吗? 为什么?

探索规律的一般步骤:

具体问题→观察特例→猜想规律→表示规律→验证规律。

【设计意图】 学习数学,我们不仅要“知其然”,更要“知其所以

然”。鼓励学生交流自己和小组所发现的日历中的规律，并说明自己是怎样想的。教师在此过程中根据实际情况作适当点拨，鼓励学生用不同的方法解决问题。学生在找出规律以后，教师要求学生用代数式表示自己的发现，目的是使学生在这一过程中，进一步验证自己的发现，同时突破了本节课的教学难点。

所以循序渐进式的设计了三个活动。

活动一　旨在培养学生形成良好的探索规律的习惯，经历从观察特例到猜想规律，最后验证规律的过程。

活动二　旨在巩固所得认知的基础上，培养学生多角度观察问题的能力；

活动三　变式中，鼓励学生继续探索规律，提高学生应用类比、化归等数学思想方法解决问题的能力。

学生经过发现、交流、讨论、验证的过程，不仅培养了发现问题、解决问题的能力和表达能力，同时体会到自己在交流中的价值和集体合作的重要性。

3. 巩固训练，发现疑惑

基础练习：

(1) 在日历中，若一横行中相邻三个数的和是30，则这三个数分别是________、________、________；

若一竖列中相邻三个数的和是27，则这三个数分别是________、________、________。

(2) 日历中，一横行或一竖列相邻三个数的和可能是28吗？为什么？可能是36或105吗？

(3) 小彬假期外出旅行一周，这一周各天的日期之和是84，小彬是几号回家的？请你说出理由。

(4) 在如图所示的两个方框或其他多种方框中，一条对角线上两数的和等于另一条对角线上两数的和吗？

日	一	二	三	四	五	六
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31

挑战练习：(折纸问题)

(1) 将一张长方形的纸对折，可得到一条折痕，继续对折，对折时每次折痕与上次的折痕保持平行，连续对折 n 次后，可以得到多少条折痕？

对折次数	1	2	3	4	…	n
折痕条数					…	

(2) 思考：

计算 $1+2+2^2+2^3+2^4+\cdots 2^n$。

【设计意图】 巩固训练分为两部分：

基础练习是对这节课知识的检查。教师应留意学生在操作过程中所存在的问题和困惑。

挑战练习有一定难度，可从具体的、简单的对折次数入手，寻找所得折痕数与对折次数的变化关系，可以借助折叠层数来发现规律。挑战练习中的第 2 题要求有能力的学生进行拓宽。

在挑战练习中大部分学生都可以通过直观的操作获取不同认知上的规律。答案①：有的同学发现对折 1 次，折痕1 条；对折 2 次，折痕增加了 2 条，一共是1＋2 条；对折 3 次，折痕又增加了 4 条，一共是1＋2＋4 条；对折 4 次，折痕又增加了 8 条，一共是1＋2＋4＋8 条；对折 5 次，折痕又增加了 16 条，一共是1＋2＋4＋8＋16 条；……

以此类推对折 n 次后，折痕总数应为 $1+2+4+8+16+\cdots+2^{n-1}$，即 $1+2+2^2+2^3+2^4+\cdots2^{n-1}$ 条。

答案②：有的同学发现折痕数和对折后所得的层数有关系，很快得到规律：对折 n 次后，折痕数为 2^n-1 条。（如下表）

对折次数	1	2	3	4	…	n
所得层数	$2=2^1$	$4=2^2$	$8=2^3$	$16=2^4$	…	2^n
折痕条数	1	3	7	15	…	2^n-1

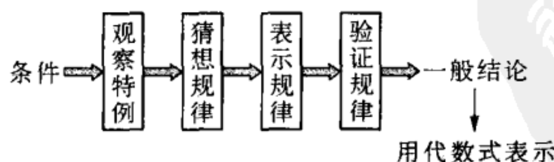
但是仅有很少一部分同学会对同样一道题目的不同认知规律进行反思，获取深层次的结论。这时需要教师的点拨，让学生找到问题的联系点，发现规律的联系性，得出“$1+2+2^2+2^3+2^4+\cdots+2^{n-1}=2^n-1$”的结论，教师进一步适时提出问题：“计算 $1+2+2^2+2^3+2^4+\cdots+2^n$”，学生通过前面的经验积累，得到 $1+2+2^2+2^3+2^4+\cdots+2^n=2^{n+1}-1$，使学生逐步形成数学模型意识。整道题层层深入的思维过程可以培养学生良好的思维品质。

4. 归纳小结，强化思想

（1）本节课你的收获是什么？在探索规律中遇到挫折，怎么办？

（2）对自己在本节课中的学习情况进行评价（包括探索规律的一般方法；探索规律过程中哪些量是重要的；探索规律的一般过程及课堂表现等）。

（师生共同小结）



【设计意图】 学生在回答的过程中理清了知识脉络，强化了重点，内化了知识。对学生的评价，不仅要看知识的掌握，还要看学生

参与数学活动的程度、自信心、合作交流的意识，以及数学思维的发展水平等方面，使学生为下节课的学习提供改进的方向。

5. 课后作业

必做题：

(1) 课本第 125 页习题 3.7 第 1、2 题。

(2) 将一张长方形的纸片，第 1 次裁去一半，第 2 次裁去剩下的一半，如此下去，第 n 次后剩下纸片的面积是多少？

选做题：

在第 2 题的裁纸中，你发现了什么规律？是否可以计算 $\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^4}+\cdots+\frac{1}{2^n}$？

【设计意图】 之所以布置这样的课后作业，是为了满足不同层次的学生的需求。必做题属于基础题，选做题对学生的总结、概括和应用的能力提出要求，让学生体会数学的学习方法。

6. 板书设计

探索规律

	$a-7$	
$a-1$	a	$a+1$
	$a+7$	

解：设中间的数为 a，则有

$(a-1)+(a+1)+a+(a-7)+(a+7)$

$=a-1+a+1+a+a-7+a+7$

$=5a$。

即这 5 个数的和是中间数的 5 倍。

探索规律的一般步骤：

条件 ⇨ 观察特例 ⇨ 猜想规律 ⇨ 表示规律 ⇨ 验证规律 ⇨ 一般结论 → 用代数式表示

【设计意图】 好的板书体现简洁美，突出重点，不仅可以提纲挈领地显示一节课的重点知识与方法，还可以起到规范格式的示范作用。

7. 课后反思

本节课的设计，使用多媒体创设问题情景，学生通过一系列的观察、实验、猜测、类比、归纳总结、交流等数学活动，提高了观察能力、推理能力、与他人合作交流能力。学生不仅能掌握基本知识和基本技能，而且还能自主参与到数学学习之中，从而学会学习，提高能力，教学效果良好。不足之处在于学生活动时间受限。

案例 10 “三角形内角和定理的证明”教学设计的思路与方法

在进行课堂教学设计时，我所使用的教学资源一般有《数学课程标准》、《教师教学用书》、自己以前写的并已使用过的教学设计及反思、平时积累的一些优秀教学设计、听课笔记，以及一些课外练习题，或者网络信息等等。

通常，我是按照下面的程序去使用这些教学资源，并在不断积累素材的过程中，产生自己的教学设计。

一、只看课题，自主思考

先看课题，在自己已有经验和教训的基础上独立思考。

由于已经有了近十年的教学经验，在我的脑海里已经有了一个较完整的知识体系，各个知识点的地位和作用掌握得较清楚，在拿到课题时自己脑海中已经是浮想联翩，所以此时不应急于看教材或参考任何资料，而是自己先回想：本节的知识点有什么？学生已经具备了哪些相关的知识及经验？重点是什么，难点又是什么？如何引课？如何突破重、难点？如何设计例题及习题？通过这一系列完全独立自主的思考很容易激发自身内在的潜能，产生教学设计中自己独创的闪光点。这些设计不是一个完整的整体，而是像一个个没有被线穿起来的山药蛋，但是这些必须以草稿的形式保留下来，以

便与后面的设计相配合。

二、粗读本节教材，浏览全章，确认本节内容在知识体系中的地位和作用，仔细研究教师教学用书对全章的各项要求

粗读《教师教学用书》中本节的内容，包括对本节教学内容、习题内容及教学参考部分的阅读，尤其是对教学参考部分的阅读。粗读的意义重在感知，感知教材的编排设计意图，注意事项，例习题的难度、类型，为自己的教学设计提供一些素材。例如本节在教学参考部分提出的一点注意："人们从来就是用自己的聪明才智创造条件，解决问题的。当问题的条件不够时，添加辅助线，构造新图形，形成新关系，找到已知与未知的桥梁，把问题转化成自己已经会解的情况，这是解决问题常用的策略之一。"这段文字不仅告诉一种重要的数学方法，更是告诉一个非常重要的学情：辅助线对学生来说还是一个非常陌生的方法。同时提醒本节课成功与否的关键在于，如何使学生能自然地接受并初步掌握利用辅助线解决简单问题的一些方法。

之所以称为粗读，是因为此时对于教科书中引入情境的推敲、例题过程的解读都暂且不做深入考虑，只是先进行粗线条的感知。

浏览全章，可以帮助我们分析本节内容在知识体系中的地位和作用：三角形内角和定理的证明是在前面对几何结论已经有了一定的直观认识的基础上编排的。前几册对有关几何结论也曾进行过简单的说理，这里则是依严格步骤给出三角形内角和定理的证明。同时，通过这一简单定理的证明，使学生初步掌握证明的要求和格式，这对发展学生的逻辑推理十分重要，因此在本章的学习中具有举足轻重的地位和作用。

对三角形内角和定理的证明需要强调的是：过去只是通过直观或撕纸等具体操作认识了这一定理，而这里则给出了严格的证明。

仔细研究《教师教学用书》对全章的各项要求，可以使我们把三角形内角和定理的证明放在更高的角度去思考。通过研究可以得

出：三角形内角和定理的证明与两直线平行的有关判定定理、性质定理以及三角形内角和定理的推论这些知识点的要求是相同的，即使学生初步掌握用综合法证明的格式。教学建议特别指出：教学中应该尽量用学生身边的例子或已经历过的事件创设情境，努力通过联系实际解释结论。应该努力在数学活动中进行教学，鼓励学生自主地“做数学”，鼓励学生主动地想，特别是有条理地想象和探索，同时鼓励学生努力表达和交流。评价建议强调：应该特别鼓励学生的创造，对于独到的见解，包括一题多解、一题多变等，应给予充分的肯定和表扬。

三、实事求是的学情分析，细推引入环节以及如何突破重、难点

一般地，我会从学生已有的知识基础、思维特点去分析，并通过以往的教学反思，较准确的捕捉学生的困惑之处和易错点。

1. 学生已有的知识基础——公理，两直线平行的有关判定定理，两直线平行的有关的性质定理以及三角形内角和定理内容的直观认识。

2. 从学生的思维特点分析，喜欢独立地思考解决问题，彰显个性。但学生的联想能力欠缺，可能有一部分同学面对撕纸的真正作用不能理解，从而无法得出辅助线或方法单一。

经过以上两点思考，教学设计可以在情境引入后，将学生置于完全开放的探索环境中，即教师不做任何提示，不帮学生做任何回忆，完全由学生独立解决，对于思考有困难的同学，可借助小组讨论收获知识，感受合作的必要性。有学生无法入手时再现撕纸的动画过程，给予学生想象的空间与方法提示，最后再将探索成果予以展示。

3. 在教学过程中学生可能会产生的困惑：由于三角形内角和定理的内容学生早已熟知，所以学习中存在轻视的心理，再加上原来合情推理的影响，使学生产生了眼高手低的情况。

四、参考《数学课程标准》中的课程目标，确定课堂教学目标，教学重、难点及教学方法

《数学课程标准》中与本节知识相关的课程目标为："利用基本事实（公理）证明三角形内角和定理。"

1. 细化课程目标为课堂教学目标

（1）学生能够叙述和书写"三角形内角和定理"的证明，并能运用其解决相关的问题；

（2）学生通过对比过去撕纸等探索过程，体会逻辑推理的作用；

（3）在一题多解、一题多变等练习过程中，初步体会思维的多向性，促使自己的个性化发展。

2. 教学重点、难点的确定

学生在小学已经知道三角形的内角和是180°，前面又学习了三角形的有关概念、平角定义和平行线的性质，而且也渗透了三角形的内角和是180°的证明，即借助了平角定义、平行线的性质。用辅助线将三角形的三个内角巧妙地转化为一个平角或两平行线间的同旁内角，为定理的证明提供了必备条件。尽管前面学生接触过推理论证的知识，但并未真正去论证过，特别是在论证的格式要求上，没有经过很好的训练。由于学生初步接触严格的证明和相关的符号化表示，所以教学可能有一定难度，因而要有一定的思想准备，教学中要摆正自己的位置，注意尊重差异，发挥学生的潜能。对学习有困难的学生，要有耐心，并给予一定辅导；对学习中出现的多种思路和方法，应该给予充分肯定，并在全班同学中交流和展示，使其个性得以张扬和健康发展。因此将教学重点定为：

掌握"三角形内角和定理"的证明及其简单应用。

在学情分析中已指出，学生的联想能力欠缺，可能有一部分同学对撕纸的真正作用不能理解，从而无法得出辅助线或方法单一。因此将教学难点定为：

探索并掌握证明的思路和方法；初步认识辅助线的作用及常用

辅助线的作法；利用三角形内角和定理求角的度数。

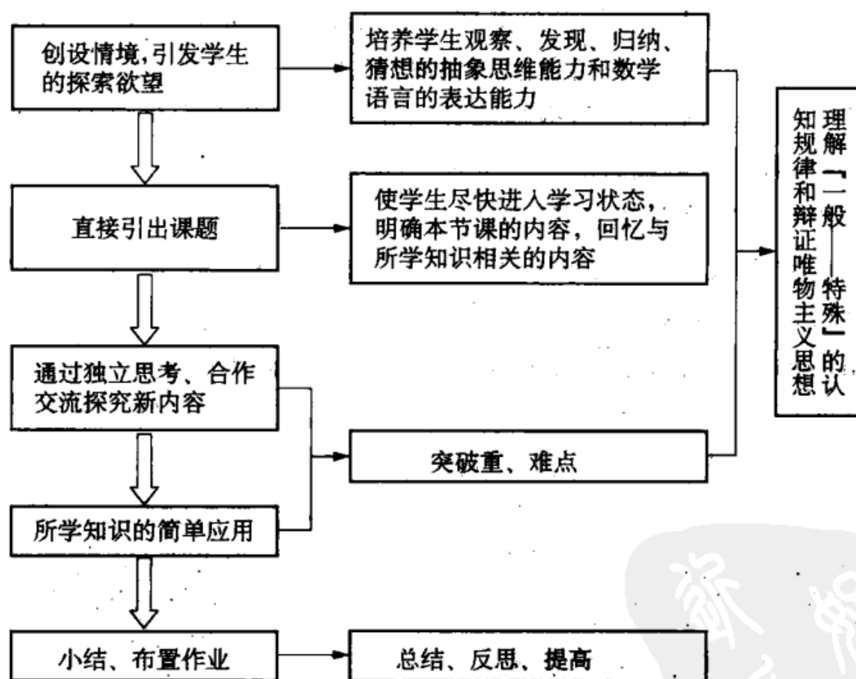
3. **教学方法的确定**

从本节开始训练学生将命题翻译为几何符号语言，写出“已知”、“求证”，学会分析命题的证明思路，对培养学生的思维能力和推理能力将起到重要的作用。

教学方法：开放、探究式教学。

教学用具：幻灯（主要用来展示撕纸的过程，例题以及习题）；实物投影仪（主要用来展示学生习题的书写格式和方法）。

五、结合教学目标的实现和重、难点的突破，拟订教学流程的框架



精读教材，查寻资料，为每一环节设计目标的实现选出典型题材。如果手头还有本节的一些优秀设计的积累，不妨将自己的“成熟”设计与那些优秀设计再做对比，再次在比较中检视各个环节的

设置是否合理、练习题难度的把握是否妥当、是否还有可改进之处，并及时修改补充。

六、教学流程设计

1. 情境创设，引入新课

教师一边画一边提问：

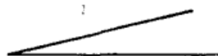
(1) 图 1 是什么三角形？

(2) 图 2 是什么角？

(3) 三角形内角和是多少度？

(4) 还记得我们原来是怎样认识这一定理的吗？


图 1


图 2

【设计意图】 荷兰著名数学教育家弗赖登塔尔强调："学习数学唯一的方法是实行'再创造'，也就是由学生本人把要学习的东西自己去发现或创造出来，教师的任务是引导和帮助学生进行再创造的工作，而不是把现有的知识灌输给学生。"

我的问题将学生置于完全开放的学习情境中，是希望学生的思维空间更大，更有利于学生"做数学"。在这一环节，第(1)问学生觉得很简单，大部分学生会得出是直角三角形。而实际上这个三角形的形状并没有确定。第(2)问学生可能会有被欺骗的感觉，不过他们仍然愉快地接受。因为我会边问边把那个看上去像一个锐角的图形逐渐画成一个正方形，此时所有学生都会看到那是一个直角。这两个问题是想告诉学生不能仅凭观察就急于下结论。第(3)问虽然是本节课的讲授内容，但却是为第(4)问做铺垫。学生对第(4)问的回答水平会直接影响整节课教学的进程与容量。

2. 开门见山，引入课题

(1) 回顾引入

师：我们都知道三角形内角和定理的内容，我们今天一起来证明这个定理。

(同时板书课题及三角形内角和定理的内容)

师：谁来说一说要证明一个文字叙述的数学结论需要哪些步骤?

学生个别回答。

【设计意图】 巩固上节课所学方法，同时也为本节课的证明明确框架。

(2) 探究新知

师：现在请同学们独立完成证明过程。

生独立思考。教师查看学生答题情况，掌握第一手资料以便调控教学进程。

师：谁上黑板板演?

学生有多少种方法就展示多少，然后让他们分别讲述证明的思路及每步的理由。教师与其他同学认真聆听，若有问题随后指出，共同进步。其间可以同桌交流。

【设计意图】 不要觉得同桌交流是多余的，这样不仅可以使思路有些模糊的学生变得清晰，同时还可以使思路清晰的学生的表达能力得到提高，更重要的是可以使同学之间的感情更加融洽。

师：谁还有其他的方法?

若有则请学生表述并鼓励，若没有则进行下面的环节。

出示幻灯，让学生观察撕纸过程，启迪思路。

【设计意图】 一些在思考中感到无从下手的学生没有真正抓住要证明三角形内角和定理就是“把三个角‘搬’到一起，并且让三个顶点重合，以便利用平角定义”这一本质。而撕纸的方法也是利用了这一本质，所以可以通过不同的撕纸方法激发并开阔学生的证明思路。同时更重要的是培养了学生将实际问题转化成数学问题的能力。

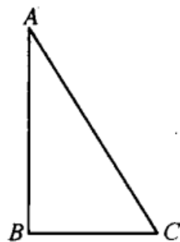
师：以四人为小组进行讨论，看还能不能有新的方法。

【设计意图】 通过各小组探究，学生都会不自觉地对自己独立思考的深刻性做一次反思，这对今后思考问题的深度有积极影响，同时增强合作意识，培养开放的学术性格。

3. 开放式习题

如图，已知在$\triangle ABC$中，$\angle B = 90°$。

求证：$\angle A+\angle C=90°$。



【设计意图】 先让学生独立完成证明过程。本题看上去容易，但由于学生还不能熟练地应用数学符号语言书写证明过程，因此要注意学生的答题情况，根据具体情况分别给予辅导或评讲。

在完成本题后继续提问：本题可以让我们回想起原来总结过的什么结论？

【设计意图】 开发学生的思路，沟通知识之间的内在联系。通过学生交流及教师的引导得出“直角三角形，两锐角互余”。

师：还能想到什么结论？

学生思考并回答。

【设计意图】 引导学生得出的结论可以是多样化的，教师必须有充分的准备。这里意在引起学生关注直角三角形和等边三角形的特殊情况。

师：刚才我们只探讨了一个三角形的情况，我们能否把两个特殊的三角形适当地放在一起，这样又会得出哪些结论或基本图形呢？

学生先独立思考，然后分组讨论。

师生共同总结（*以学生为主*）。

【设计意图】 通过学生对前后知识的联系与整合，想象力会更丰富，能力会得到更大的提高。引导学生可以得出的结论有：四边形内角和、n 边形内角和公式，以及平行四边形、梯形等一些基本图形。结论的多少与学生的基础以及所剩余的时间有关。

4. 我的收获（课堂小结）

通过本节课的学习，你学到了什么知识？得到了什么学习经验和思想方法？

【设计意图】 引导学生从知识、经验和思想方法等多个角度进行总结，使学生在学习知识的过程中，掌握数学思想方法，提高数学素质和数学能力。这样的交流，既让学生能互相学习，也是对本节重点内容的再次强化。

在此基础上教师进行归纳：

过去我们已经认识了三角形内角和定理，今天通过严密的推理证明了这一定理。数学犹如一株根深叶茂、生生不息的大树，公理处于大树的根部，是整个证明的基础，定理、推论位于大树的上部。今天对我们来说，数学这棵大树又长出了新的枝叶：三角形内角和定理，为我们今后的证明提供了新的依据。

5. 作业布置

(1) 课本第 208 页随堂练习第 2 题。

(2) 课本第 210 页习题 6.6 第 1、2、3 题。

【设计意图】 作业设计注重了满足不同层次学生的需求。作业(1)属于基础题；作业(2)对学生的总结、概括能力提出要求，让学生体会数学的学习方法。

七、板书设计

三角形内角和定理的证明

学生板演内容　　　　教师主板书　　　　教师辅板书

D　C　E
1　2
A　B

三角形内角和定理：

三角形三个内角的和等于 180°。

已知：$\triangle ABC$，如图。

求证：$\angle A+\angle B+\angle C=180°$。

证明：过点 A 作直线 $DE \parallel AB$，

则 $\angle 1=\angle A$，

$\angle 2=\angle B$。

$\because \angle 1+\angle 2+\angle BCA=180°$，

$\therefore \angle A+\angle B+\angle BCA=180°$，

即三角形三个内角的和等于 180°。

好的板书不仅能帮助同学回忆一节课的流程，提纲挈领地显示一节课的重点知识与方法，起到规范格式的示范作用，还能让学生有美的享受。

本节课的板书突出知识重点——三角形内角和定理及证明的规范步骤。

八、教学反思

课堂亮点：由于课题引入内容新奇，所以很快吸引了学生的注意力，激发了学生学习的兴趣。

撕纸的过程放在学生的思路受阻时及时给出，收到了很好的效果。后面的习题延伸开发了学生的思维，达到了课堂的高潮。

课堂遗憾点：由于时间与黑板空间的限制，一些学生的研究成果得不到展示。

经验积累：本节课学生的探究活动比较多，教师既要全局把握，又要顺其自然，千万不可拔苗助长。要会从课堂上学生的表现及时、准确地获取信息，把握课堂的节奏，这就要求备课时所准备的教学设计一定要有弹性，这样才能在课堂上做到收放自如。

案例 11 “统计的误差”教学设计的思路与方法

一、粗略阅读本节教学内容以及与之相关的内容，做到心中有数，疏通知识脉络

《教师教学用书》的教学参考部分提出了两点注意：“本单元教学时应注意向学生阐明以下两点：第一，统计图在表述统计结果时具有直观形象的特点，故统计活动中常用统计图来描述统计信息，

展示统计结果。第二，对统计图提供的信息要进行认真仔细的分析，不要被一些表面信息迷惑、误导，要保证所得结论的真实性和客观性。”这段文字不仅能帮我更好地进行教学设计分析，而且也提醒我在教学设计中注意落实，培养学生良好的观察与思辨能力。

回顾小学阶段统计领域的教学，可以帮助我们分析本节内容在知识体系中的地位和作用：通过前面的学习，学生已经了解了几种常见的统计图表的特点和作用，学会了从统计图表中提取有关信息进行简单的统计分析，会根据分析结果做出简单判断或预测。本单元在此基础上主要是通过简单事例，使学生认识到：统计图直观、形象的特点可以帮助我们进行正确的分析、判断或预测，但如果对统计图表不进行认真分析，可能会得到不准确的信息，从而得出错误的结论或判断。因此我们应对统计数据进行认真、客观、全面地分析，以保证所得结论的真实性和判断的正确性。

本单元所涉及的统计图（扇形图、折线图等）都是学生以前学过的，故教学时应注意不要简单地重复，应引导学生在复习“旧知”的基础上重点进行综合分析，从而使学生学会从统计图中准确提取统计信息，能对统计结果做出正确解释，并能根据统计结果做出准确的判断、预测。

二、以“学”定教，通过“备”学生，重点研究情境如何创设，重、难点如何突破

通常的做法是，我会分析学生已有的生活经验和知识基础，了解学生的知识起点。通过以往的教学反思以及相关教学经验，思考学生可能的困惑点和易错点有哪些，即学生在学习过程中可能遇到的困难是什么？就本节课而言，我对学生的情况分析如下：

1. 学生已有的知识基础——通过前面的学习，学生已经了解了几种常见的统计图表的特点和作用，学会了从统计图表中提取有关信息进行简单的统计分析，会根据分析结果做出简单判断或预测。

2. 从学生的年龄及思维特点分析，六年级的学生喜欢独立地思

考解决问题，也喜欢标新立异。但大多数学生的观察思辨能力不足，可能有一部分学生面对具体情境中的问题观察不够细致，思考不够完整，从而无法进行严谨的分析，以致无法得出正确的结论。

经过以上两点思考，教学设计可以在情境导入之后，将学生置于开放的探究环境中，即教师不做任何启发，不帮学生做任何解释，还给学生真正独立思考的时间与空间。对于思考有困难的同学，可借助学生之间的合作交流，使学生们有机会感受到合作的必要性。最后，再将探索成果进行展示，给学生提供表现机会，使学生获得成功的喜悦。

3. 在教学过程中学生可能会遇到的困难：由于受直观形象和具体统计数据的影响，学生在对统计图进行观察时，可能被一些表面信息迷惑、误导，对统计图提供的信息没有进行认真仔细的分析，进而得出有失真实性和客观性的结论。

解决学生学习困惑的关键是让学生认识到认真观察统计图和深入分析数据的重要性，进而养成良好的观察、思辨的习惯与能力。

三、参考《数学课程标准》，确定教学目标及重、难点和教学方法

在《数学课程标准》的第三部分“内容标准”中，第二学段第三部分“统计与概率领域”具体目标里，第一点就是简单数据统计过程，其中第 7、8 小目标分别是“能解释统计结果，根据结果做出简单的判断和预测，并能进行交流”和“初步体会数据可能产生误导”。根据课标的精神，我把课标中与本节课相关的这两条具体的目标经过思考，演变为这节课的教学目标。

1. 课程目标细化为课堂教学目标

要“能解释统计结果，根据结果做出简单的判断和预测，并能进行交流；初步体会数据可能产生误导”，就必须经历认真观察、完整思辨的过程。而准确提取统计信息是做出正确判断和简单预测的前提和基础，因此学生首先要能综合运用统计知识，学会从统计图中准确提取统计信息。要准确提取统计信息，就必须通过认真观察

统计图表获取全面的数据信息，再经严谨科学地分析推理，才有可能得出正确的判断与预测。

据此确定本节课的知识与技能目标为：学生能综合运用统计知识，从统计图中准确提取统计信息，并做出正确的判断和简单的预测。

本节课的过程与方法目标确定为：学生经历观察、提取、分析统计图中数据信息，交流、讨论、判断和预测的过程，理解统计图中各个数据的具体含义，养成仔细观察、认真分析思考的习惯。

本节课学生在对具体生活情境中一些问题进行观察、提取、分析数据信息并进行判断与预测的过程中，学习数学的兴趣得到了很好的激发，学生科学的思维习惯和积极的学习态度得到了进一步的培养。

所以本节课的情感、态度、价值观目标确定为：在探索过程中提高学习兴趣，发展统计思想，树立辩证唯物主义的观点，能够学以致用。

2. 确定教学重点和难点

学生能综合运用统计知识，学会从统计图中准确提取统计信息，并做出正确的判断和简单的预测，不被数据模糊、信息不完整的统计图误导是本节课要达到的教学目标。准确提取统计信息、认真分析、严谨思考显然是关键。而缺乏仔细观察、认真分析思考的方法与习惯，本节课目标的落实无异于纸上谈兵，因此将教学重点定为：学会从统计图中准确提取统计信息，并做出正确的判断和简单的预测。

在前面对学生情况分析的过程中已经提到，由于受直观形象和具体统计数据的影响，学生在对统计图进行观察时，可能被一些表面信息迷惑、误导，对统计图提供的信息没有进行认真仔细的分析，进而得出有失真实性和客观性的结论。

解决学生学习困难的关键是让学生认识到认真仔细观察统计图、全面深入分析数据信息的重要性，进而养成良好的观察、思辨的能力与习惯。因此将教学难点定为：培养学生仔细观察、认真分析

思考的方法与习惯。

3. 确定教学方法

学生的学习以动手实践、自主探究、合作交流为主要学习方法，教师要组织、引导，并在与学生的积极合作中，使学生在丰富生动的数学活动中获得知识与技能，经历数学思考的过程，感受解决问题的方法，获得成功的数学学习活动经验，建立信心。

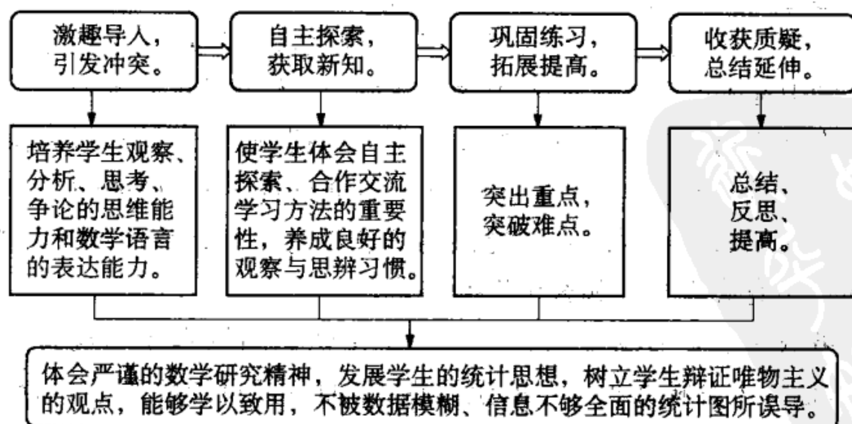
4. 确定教学用具

为了改变学生的学习方式，使学生乐意并有更多的精力投入到现实的、探索性的数学活动中去，我准备在这节课上自制并使用多媒体课件进行教学（主要用来出示问题情境，展示学生的交流结果）。

四、结合课标精神和具体教学目标以及重点、难点，拟定教学流程

就本课而言，关键是要处理好教师讲授和学生自主学习的关系，通过有效的措施，启发学生思考，引导学生自主探索，鼓励学生合作交流，使学生真正理解和掌握基本的数学知识与技能、数学思想和方法，得到必要的数学思维训练，获得广泛的数学活动经验。

基于以上思考，本课的教学流程示意图拟定如下：



五、精读教材，查找资料，为每个教学流程环节目标的实现精推细敲

1. 情境创设的推敲

创设情境首先应考虑情境的生活化，即所创设的情境要来源于现实生活。其次，在同一节课中不同情境的问题既要体现共性，可以是同一问题背景的延展，也可以是相互关联的几个问题。而本节课的问题情境都是来自对学生熟悉且感兴趣的生活问题的问卷调查，其展现形式也同是对扇形统计图的研究；又要体现差异性，即不同的问题，不同的扇形统计图中的模糊数据在图中的比例要有变化，而且每一幅统计图的设计意图以及其中蕴含的教学目标是不同的，有内容和层次上的差别，这样设计，才能使学生对本课的教学目标形成更加准确和清楚的认识。这样，对统计误差的研究才显得更有代表性，也更有实际意义。围绕本课的三维教学目标，结合本班学生的学情和兴趣特点，重新审视教科书中的例题和练习题，我对教科书上的例题和练习题进行了创新和改造。教材上的 A、B、C、D 四种型号的彩电哪种最畅销的问题情境离学生的生活经验和兴趣点有一定的距离，为了最大限度地激发学生的学习兴趣和热情，我设置了与学生的生活经验更加密切相关的几个问题，并在课前进行了问卷调查。如，2009 年春晚你最喜欢的节目是哪一个？2008 年影响中国最大的事件是哪一件？目前，你最喜欢的科目是哪一门？这些问题的设计离学生的实际生活更近，也更能承载本课教学目标循序渐进的层次性及其实际意义。

值得一提的是，这样创设情境，必须先通过问卷调查，使学生经历收集数据的过程；再通过研究讨论，使学生确定用绘制扇形统计图的方法来展示统计结果的办法；然后通过分工合作，使学生经历对其中的一个问题的全部数据进行汇总，计算每个选项所占百分率，计算每个选项的扇形的圆心角的度数，最后绘制扇形统计图的

全过程。这样做,学生在完整的统计过程中,既可以感受统计思想,也可以体验统计方法,这些感受和体验都是直接使用课本上的例题所不能实现的。

2. 练习设计的思考

首先,要通观教材中本节的习题,研究每一道题目的思考价值及其设计意图,进行筛选;其次,可以从教材后面相关本课内容的复习题中寻找其他不同类型的题目,以便使练习更加全面,更有实效;最后,再从相关的课外练习题中挑选不同类型的题目,力求多做变式,发展学生的灵活应变能力。练习的设计一般要具备以下两个特点:

(1) 突出基础性、普及性和发展性

练习要扣紧教材和教学目标,面向全体学生,适应学生个性发展的需要。本节例题并未涉及如何修改数据信息不完整的模糊的统计图,但在本章的练习题中出现了。考虑到学生个性发展的需要,我在巩固练习的题目中加入了这类题型。

(2) 体现层次性

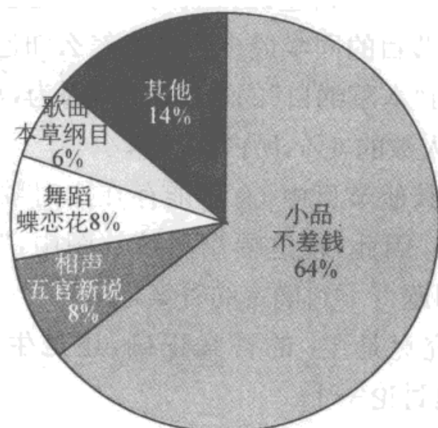
面向全体学生,就要既培优又补差,还得抓中间,对每一个学生进行因材施教。学生的个体差异是客观存在的,要想使不同的学生在数学上得到不同的发展,就得在设计练习时,体现层次性。例如,很多资料上都有对统计数据误导进行分析思辨的例题,大多需要学生用严谨的数学语言阐释统计数据误导的现象,有的还需要进一步提出修改建议,考虑到这对训练学生的严谨思维及书面表达能力有帮助,我还是把它作为练习题引入了。不过,同样是提出修改建议,要求是因人而异的,对于学习基础较差的学生,只要求他们简单地写出自己的想法,只要合适就可以;对于中等学生,则要求他们写出具体的修改办法;对学有余力的学生,则会提出进一步的要求,如写明这样修改的原因。

六、参考以前积累的同课优秀设计或上网查看同课的优秀设计，和自己的设计进行对比，思考设计流程环节是否合理、练习的设计是否适当，以备查漏补缺，臻于完善

以学生利用课余时间完成的扇形统计图为载体，我精心制作了多媒体课件，并撰写了教学流程。接下来，以本课课件制作中“问题的设置”为切入点，简要叙述一下本课的各具体流程环节。

1. 激趣导入，引发冲突

课件中的问题采取层层深入、循序渐进的出示办法，本环节先出示“2009 年春晚你最喜欢的节目是哪一个？”扇形统计图如下图：



本环节设计的问题有：

(1) 你从图上知道了什么？

(2) “其他部分”可能包含哪些节目？

(3) 喜欢哪个节目的同学最多？你是怎么知道的？为什么？

(4) 喜欢哪个节目的同学最少？你是怎么知道的？为什么？

【教学活动】

师：同学们，这是一幅我们已经学习过的哪一类统计图？

生：扇形统计图。

师：这幅统计图反映的是前几天对同学们就“2009 年春晚你最

喜欢的节目是哪一个?”这一问题的调查结果,从图上你能知道些什么?

生:从图上可以知道:喜欢小品“不差钱”的学生占全班人数的64%,喜欢相声“五官新说”的学生占全班人数的8%,喜欢舞蹈“蝶恋花”的学生占全班人数的8%,喜欢歌曲“本草纲目”的学生占全班人数的6%,喜欢其他节目的学生占全班人数的14%。

师:“其他部分”可能包含哪些节目?

生:“其他部分”可能包含刘谦的魔术、小品“吉祥三宝”等节目。

师:喜欢哪个节目的同学最多?你是怎么知道的?为什么?

生:喜欢小品“不差钱”的学生最多,从扇形统计图上可以看出喜欢小品“不差钱”的学生占全班人数的64%,超过了半数。

师:喜欢哪个节目的同学最少?你是怎么知道的?为什么?

$生_1$:喜欢歌曲“本草纲目”的学生最少,因为,喜欢歌曲“本草纲目”的学生占全班人数的6%,所占比例最少。

$生_2$:不对,在其他节目中,有可能存在比对歌曲“本草纲目”喜欢人数更少的节目,因此,在这幅扇形统计图中,“喜欢哪个节目的同学最少?”这个问题得不到确定的答案。

师:同学们,究竟是$生_1$的答案正确,还是$生_2$的回答合理呢?请大家先在小组里讨论一下。

生:小组讨论交流。(**喜欢哪个节目的同学最少?**)(**大约几分钟**)

师:现在请小组派代表说说你们小组的看法。(**指名2个小组汇报**)

生:全班汇报,质疑,形成共识。

师:统计图是我们亲手制作的,为了得出确定的统计结果,你们思考一下,在制作统计图时,我们应该怎样反映数据信息,才能使统计结果更明确?

生:交流感悟。

师:小结:在制作统计图时,一定要全面准确地反映信息。(**板书**)

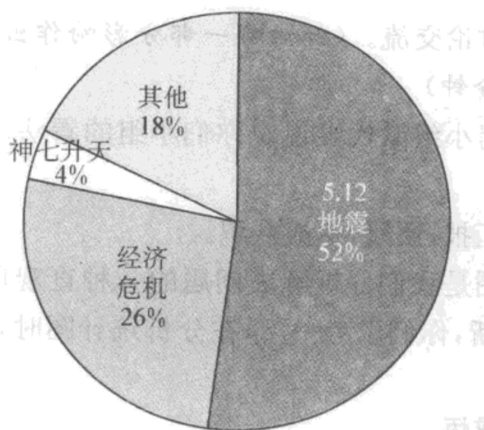
【设计意图】

在这一环节中设置这些问题的意图是复习旧知，使学生在回忆旧知的基础上，引发新的思考。本环节既要体现知识与技能目标，使学生能综合运用统计知识，学会从统计图中准确提取统计信息，并做出正确的判断和简单的预测；又要体现过程与方法目标，经历观察、提取、分析统计图中数据信息，交流、讨论、判断和预测的过程，理解统计图中各个数据的具体含义，培养学生仔细观察、认真分析思考的习惯。

以上问题将学生置于生活化和趣味化的学习情境中，是希望学生的学习兴趣得到充分地激发，有利于学生的“乐学”。

2. 自主探究，获取新知

第二环节出示“2008 年影响中国最大的事件是哪一件?”扇形统计图如下图：



本环节不再设计与第一个统计图相似的问题，而是设计如下问题：

要回答“认为 2008 年影响中国最大的事件是哪一件的同学最少?”这个问题，在这幅统计图上，你认为哪一部分会影响你做出正确的判断？为什么？请你先和旁边的同学交流。

【教学活动】

师：请同学们观察第二幅统计图，这幅统计图反映的是前几天

对同学们就“2008 年影响中国最大的事件是哪一件?”这一问题的调查结果,请同学们思考并回答:认为 2008 年影响中国最大的事件是哪一件的同学最少?

生$_1$:认为 2008 年影响中国最大的事件是“神七升天”的同学最少,因为,认为“神七升天”是 2008 年影响中国最大的事件的同学只占全班人数的 4%。

生$_2$:不对,由于统计图上其他部分里有可能包含着比认为“神七升天”是 2008 年影响中国最大事件的同学人数更少的事件,所以,对于这个问题,在这幅统计图上,我们是得不到确定结论的。

师:同样是一个问题,有两种声音,谁的答案正确呢?要回答“认为 2008 年影响中国最大的事件是哪一件的同学最少?”这个问题,在这幅统计图中,你认为哪一部分影响了你作出正确的判断?为什么?请你先和小组里的同学交流。

生:小组讨论交流。**(针对哪一部分影响作出正确的判断及其原因)(大约几分钟)**

师:现在请小组派代表说说你们小组的看法。**(指名 2 个小组汇报)**

生:全班汇报,质疑,达成共识。

师:统计图是我们分析解决问题的一种直观形象的手段,为了作出正确的判断,你们思考一下,在分析统计图时,我们应该注意些什么?

生:交流感悟。

师:小结:在分析统计图时,不要被数据模糊的统计图误导。**(板书)**

【设计意图】

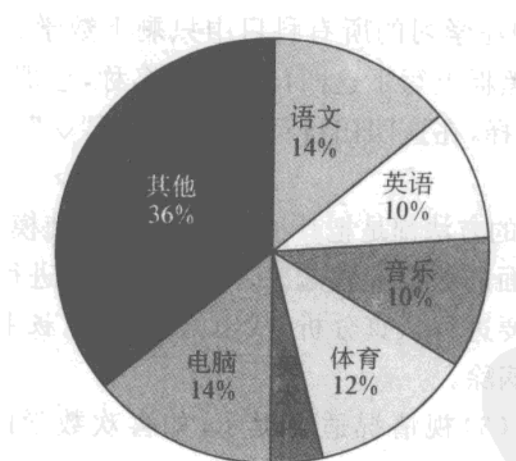
在第二环节中设置这一问题的意图是直抓要害,使学生在认真观察、自主思考的基础上,小组交流,达成共识。本环节体现的主要是过程与方法目标,使学生经历观察、提取、分析统计图中数据信息,交流、讨论、判断和预测的过程,理解统计图中的各个数据的具

体含义，培养学生仔细观察、认真分析思考的习惯。

在自主探究、获取新知这一环节里，在激趣引入的基础上，单独提出“认为 2008 年影响中国最大的事件是哪一件的同学最少?”这一个问题，由于统计图上其他部分里有可能包含着比认为“神七升天”是 2008 年影响中国最大事件的同学人数少的事件，所以，对于这个问题，在这幅统计图上，我们是得不出确定结论的。部分学生可能会出现“认为‘神七升天’是 2008 年影响中国最大事件的同学最少”的错误，但是通过小组合作交流以及全班汇报，就会形成新的认识，进而在后面的问题“在这幅统计图上，你认为哪一部分会影响你作出正确的判断？为什么？请你先和旁边的同学交流”的思考和讨论中，得出“在分析统计图时，不要被数据模糊的统计图误导”的结论。（**板书**）

3. 巩固练习，拓展提高

这一环节出示“目前，你最喜欢的科目是哪一门?”扇形统计图如下图：



问题设计如下：

(1) 你能判断我们班目前喜欢哪门功课的同学最多吗？为什么？

(2) 如果要修改，你有什么建议？

（3）假如有9个人喜欢数学，正好占当初选择“其他”人数的一半，那么，喜欢语文的有多少人？喜欢数学的同学比喜欢语文的同学多百分之几？

【教学活动】

师：请同学们观察第三幅统计图，这幅统计图反映的是前几天对同学们就“目前，你最喜欢的科目是哪一门？”这一问题的调查结果，请同学们思考并回答：你能判断我们班目前喜欢哪门功课的同学最多吗？为什么？

生：不能，因为，统计图上喜欢其他科目的同学占全班人数的36%，所占比例最大，其中有可能存在一门科目，喜欢它的人数比喜欢语文或电脑的人数还多。所以，就这幅统计图来看，不能判断我们班目前喜欢哪门科目的同学最多。（指名几位学生补充，达成共识）

师：如果要修改，你有什么建议？

生$_1$：让那些选了其他科目的同学说一说，他们究竟喜欢的是哪一门？只要把其他科目变得具体，问题也就解决了。

生$_2$：我们现在学习的所有科目中只剩下数学、科学、思品、综合，老师可以在黑板上写下这四门功课的名称，让那些选了其他科目的同学重新选择，在这四门科目下面打一下“√”，就能很快知道结果。

师：同学们的方法都是把其他部分具体化，使模糊的信息清晰起来，使不够全面的数据完整起来。在对统计图进行分析、思考如何修改时，一定要进行认真分析，找出问题症结（板书）。这样才能对症下药，药到病除。

师：对问题（3）视情况适当提示，如喜欢数学的同学占多少比例？

生：独立思考，完成练习。

师：巡视，发现问题，指导纠错。

师：组织学生交流方法与结果。

生：全班交流，集体订正。

【设计意图】

在这一环节中设置这些问题的意图是巩固新知，使学生在独立思考、合作交流的基础上，学以致用，提升学生运用知识解决实际问题的能力。本环节体现的不仅仅是知识与技能目标和过程与方法目标，更多的是要体现情感、态度、价值观目标，即发展学生的统计思想，树立学生辩证唯物主义的观点，能够学以致用，不被数据模糊、信息不够全面的统计图所误导。

本环节问题的设计既突出了基础性、普及性和发展性，又体现了层次性。

4. 收获质疑，总结延伸

【教学活动】

师：这节课，你有什么收获？还有什么问题吗？想一想，生活中你可能会在哪里遇到今天这样的问题？你想对大家说些什么？

生：谈收获、质疑，交流。

【设计意图】

在这一环节中设置这些问题的意图是引导学生从知识、经验和思想方法等多角度进行总结，感受统计思想。学生在梳理知识、总结方法的过程中，发展能力，提升思维水平。本环节体现的是三维目标，重点体现情感、态度、价值观目标，即发展学生的统计思想，树立学生辩证唯物主义的观点，能够学以致用，不被数据模糊、信息不够全面的统计图所误导。此时，适时板书“误差”二字，既点题，又强化了学生对统计误差的认识。

七、板书设计

统计的误差

在制作统计图时，一定要全面准确地反映信息；

在分析统计图时，不要被数据模糊的统计图误导，

一定要进行认真分析，找出问题症结。

【设计意图】

本节课的板书将知识重点“在制作统计图时，一定要全面准确地反映信息；在分析统计图时，不要被数据模糊的统计图误导，一定要进行认真分析，找出问题症结。”完整地展示在黑板上，其中关键字词以红色字体板书在黑板的正中央，力求凸显重点，使学生加深印象，留下深刻的认识。

八、作业设计

1. 必做作业：完成《练习与测试》70 页的第 1 题和第 2 题。

2. 选做作业：完成《练习与测试》70 页的第 3 题和第 4 题。

【设计意图】 作业设计满足了不同层次的学生的需求。作业 1 属于基础题；作业 2 对学生的观察、思考和应用能力提出更高的要求，提高学生的应用意识和解决问题的能力。

九、教学反思

1. 教学精彩点：素材的选择贴近学生生活，有利于激发学生的兴趣。

2. 教学遗憾点：当学生进行讨论时，教师的参与不够深入。教师应积极参与到小组讨论中去，感受、倾听或点拨学生所经历的探究思考，这样才能及时发现一些小组的研究成果。

3. 教学困惑点：面向全体学生，培优与补差的具体做法仍欠缺实效性。

4. 教学创新点：创造性地使用教材，不拘泥于教材，灵活应变，调动了学生的积极性，使课堂教学收到了良好的效果。

PDG

[General Information]
书名=如何备好一堂数学课
作者=常磊主编
页数=172
出版社=华东师范大学出版社
出版日期=2009.10
SS号=12380108
DX号=000006822633
url=http://book2.duxiu.com/bookDetail.jsp?dxNumber=000006822633&d=A0869A59D184A268928C51BF33DB2D28&fenlei=0705180406&sw=%C8%E7%BA%CE%B1%B8%BA%C3%D2%BB%CC%C3%CA%FD%D1%A7%BF%CE